

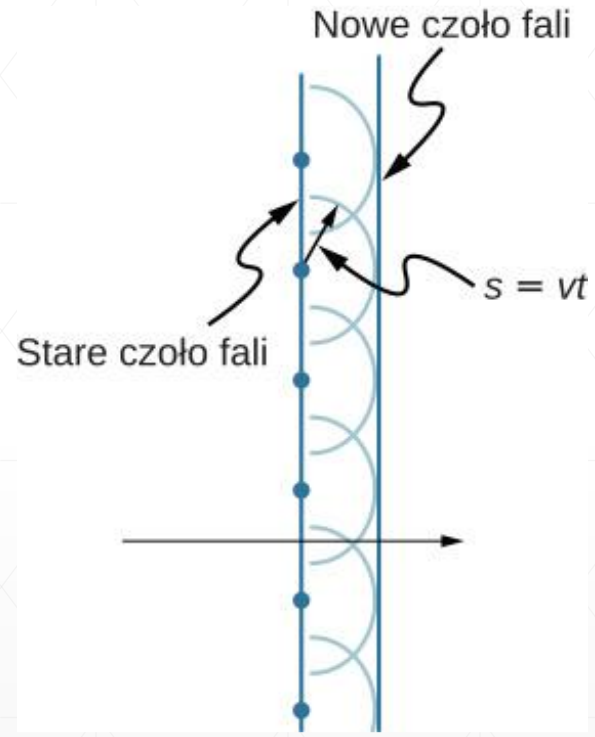


Interferencja a dyfrakcja



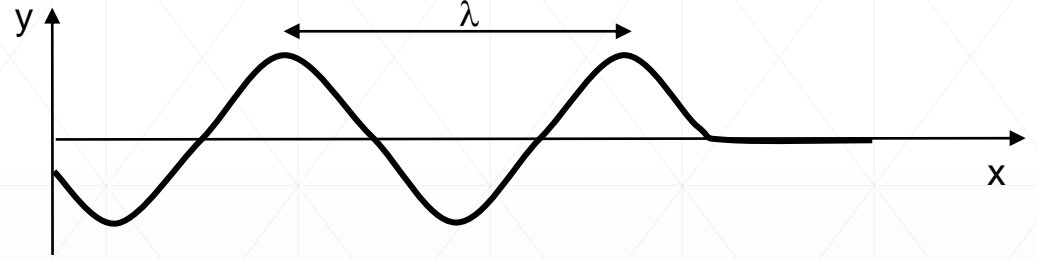
1678 r. Christian Huygens światło jest falą (a nie strumieniem cząstek – Issak Newton, 1686 r. Philosophie Naturalis Principia Mathematica).

Zasada ta głosi, że **wszystkie punkty czoła fali można uważać za źródła nowych fal kulistych**, a położenie czoła fali po czasie t będzie dane przez powierzchnię styczną do tych fal kulistych.



Równanie różniczkowe fali płaskiej o prędkości fazowej v :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$



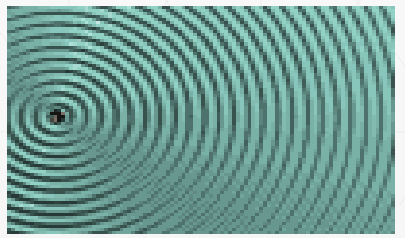
$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)\right]$$

ponieważ $k = \omega/v$ to $k = 2\pi/v \cdot T$

ale $\lambda = v \cdot T$ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ liczba falowa

$$\Psi(x, t) = A_0 e^{i(\omega t - kx)} = A_0 e^{i\omega t} e^{-ikx}$$

[„Fizyka dla szkół wyższych – tom 3”, www.openstax.pl]

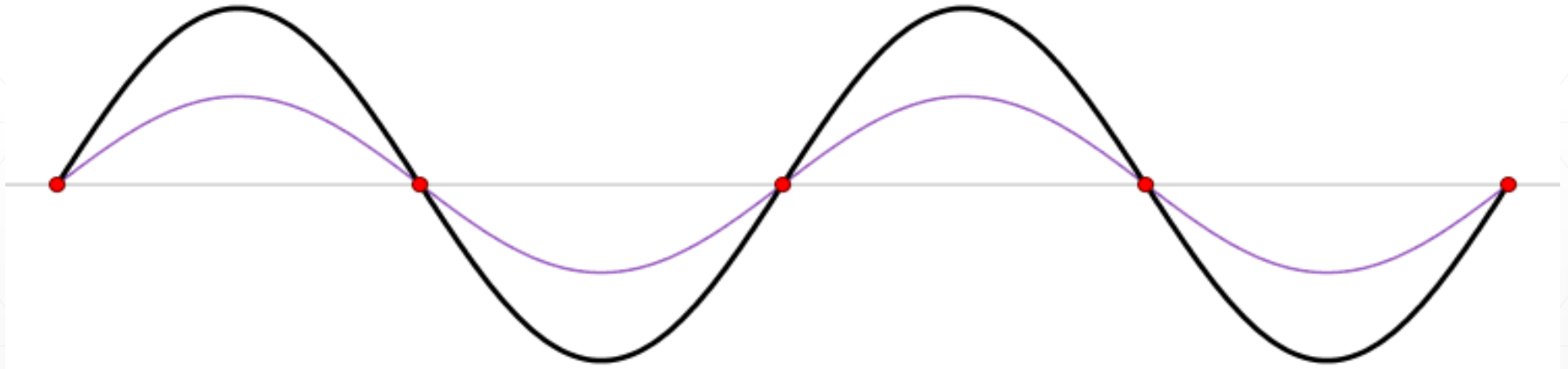
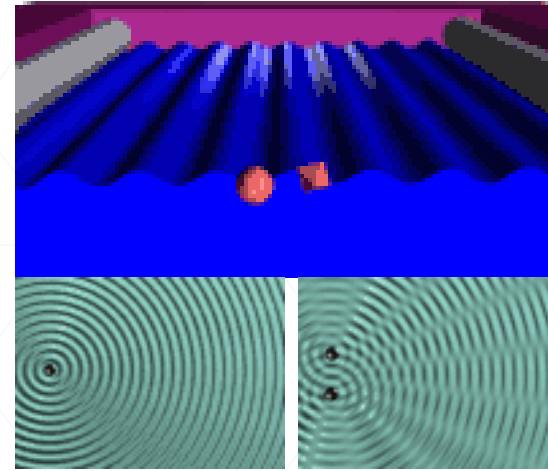


Termin **interferencja** odnosi się do każdej sytuacji, w której dwie lub więcej fal nakładają się w przestrzeni.

Fala stojąca powstaje przy nakładaniu się dwu harmonicznycch fal biegnących w przeciwnych kierunkach z jednakowymi prędkościami i amplitudami

$$y_1 = A \cos(\omega t - kx) \quad y_2 = A \cos(\omega t + kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t$$



strzałka - $kx = \pm n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \Rightarrow x = \pm n \frac{\lambda}{2} \rightarrow A_{st} = 2A$

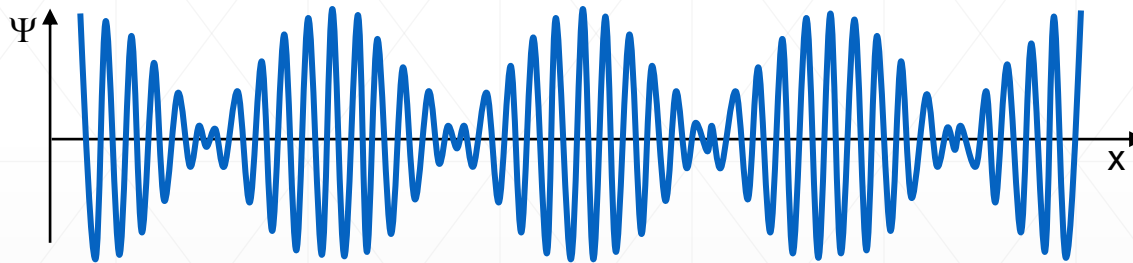
węzeł - $kx = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \Rightarrow x = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \rightarrow A_{st} = 0$

Superpozycja fal harmoniczych - prędkość grupowa

Rozważmy dwie fale harmoniczne o nieco różnych częstościach $d\omega \ll \omega$

$$y_1 = A_o \sin((\omega + d\omega)t - (k + dk)x) \quad y_2 = A_o \sin((\omega - d\omega)t - (k - dk)x)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A_o \cos(d\omega \cdot t - dk \cdot x) \cdot \sin(\omega t - kx)$$



w wyniku superpozycji dwóch fal otrzymaliśmy fale harmoniczną o częstości nośnej ω i modulowanej amplitudzie przenoszonej z prędkością grupową v_g

$$d\omega \cdot t - dk \cdot x = const$$

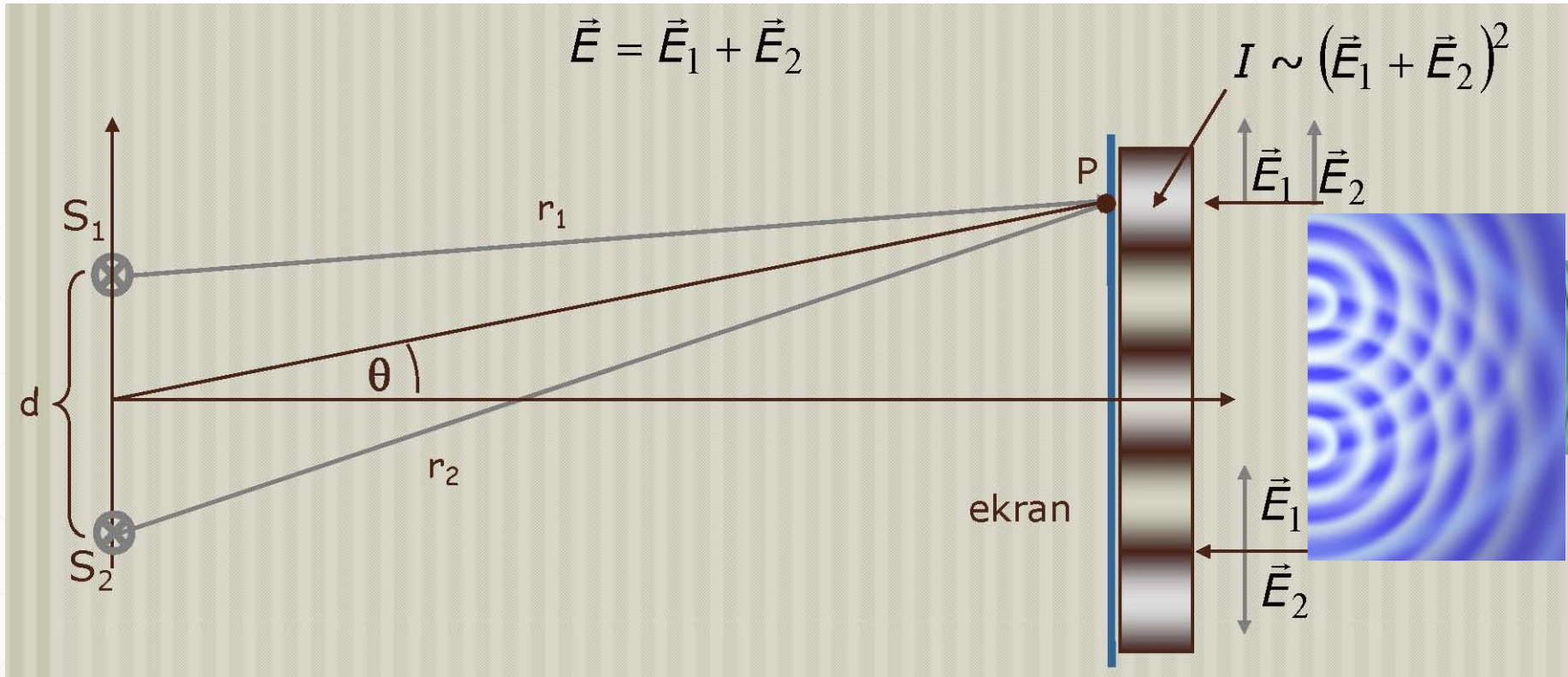
$$d\omega \cdot dt - dk \cdot dx = 0$$

$$v_g = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}$$

- prędkość grupowa

Interferencja optyczna

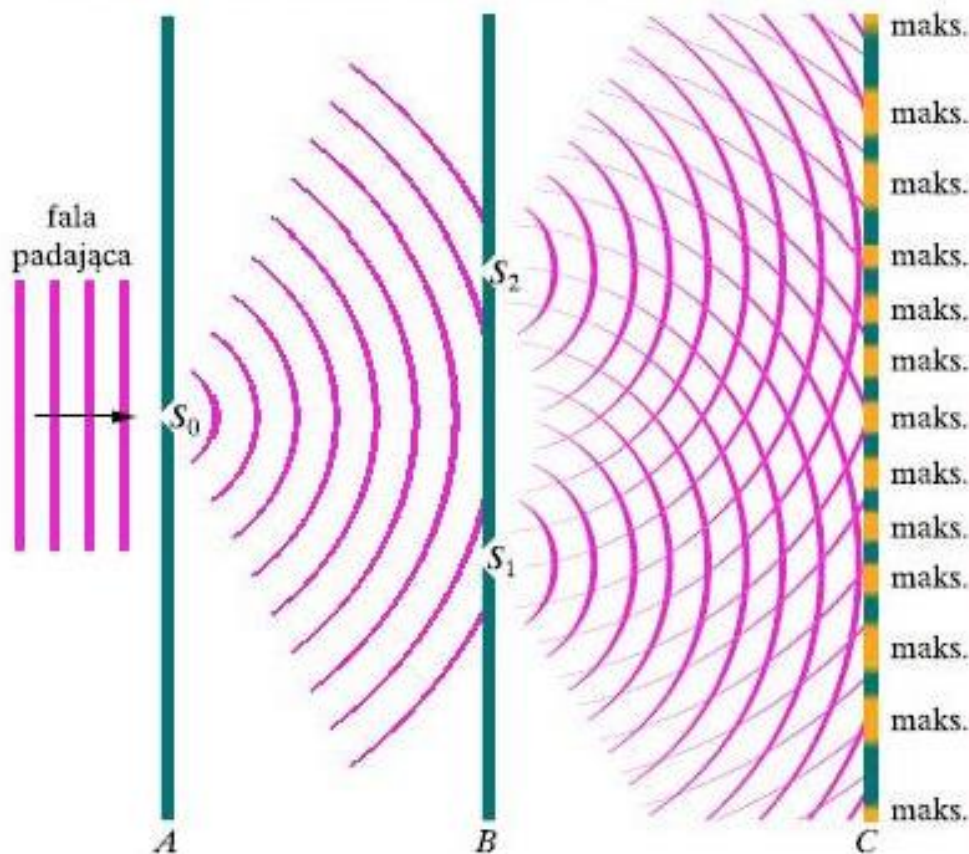
Jeżeli do punktu przestrzeni dochodzą dwie fale świetlne, to chwilowe pole elektryczne w tym punkcie będzie sumą wektorową natężeń pola elektrycznego obu fal



Jaka jest zależność natężenia fali elektromagnetycznej na ekranie od położenia punktu obserwacji?

- kwestia stałości fazowej oddziaływania (spójność)
- kwestia stałości polaryzacji (SOP) oddziaływania (Fresnel-Arago 1852)

Doświadczenie Younga (1801)



Płaska fala monochromatyczna ugina się na szczelinie S_0

Światło dochodzące do ekranu B jest ugięte na szczelinach S_1 i S_2 , które działają jak źródła punktowe

Promieniowanie ze źródeł S_1 i S_2 jest całkowicie spójne (różnica faz pozostaje stała w czasie) gdyż jest częścią jednej fali świetlnej ze źródła S_0

Na ekranie C obserwujemy prążki interferencyjne

Półkoliste linie pomiędzy B i C obrazują fale, które rozchodziły by się gdyby któraś ze szczelin była przysłonięta

Doświadczenie Thomasa Younga jest historycznie pierwszym doświadczeniem pokazującym na interferencję światła czyli dowodzącym jego falową naturę ale

jest ono także przykładem **dyfrakcji** na dwóch szczelinach

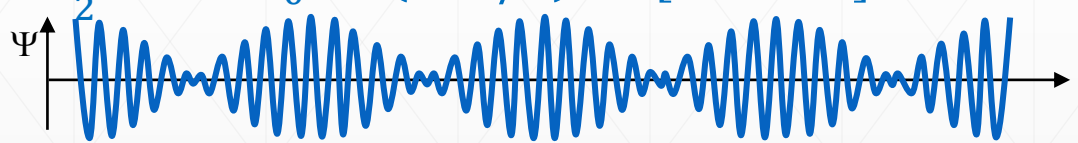
Interferencja fal – suma amplitud

Interferencja jest podstawowym testem na to, czy jakieś zjawisko ma charakter falowy, czy nie.



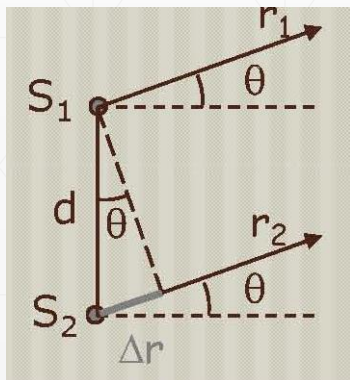
Do P (położenie zależne od kąta θ) dochodzi światło ze źródeł S_1 i S_2 z różnymi fazami:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \cos(kr_1 - \omega t) + E_0 \cos(kr_2 - \omega t) = 2E_0 \cos \left[k \frac{(r_1+r_2)}{2} - \omega t \right] \cos k \frac{(r_1-r_2)}{2} \cong 2E_0 \cos(k\Delta r/2) \cos[kr - \omega t]$$



Dla $D \gg d$
(przybliżenie Fraunhofera)

$$\Delta r = d \sin \theta$$



Wzmocnienie sygnału jeśli $k\Delta r/2 = n\pi$

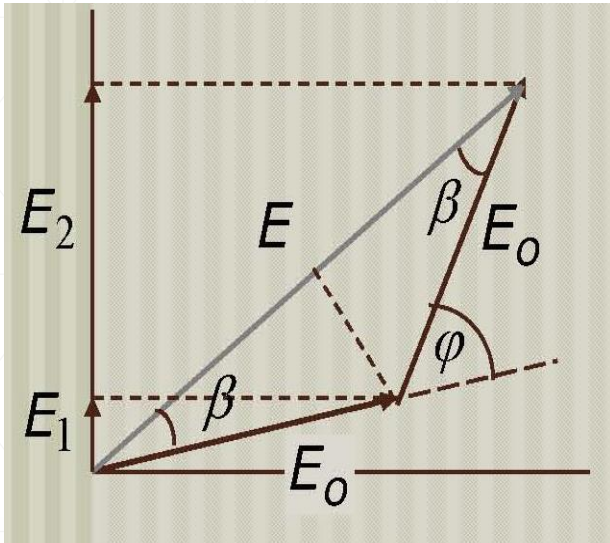
$$k d \sin \theta = n 2\pi \rightarrow d \sin \theta = n \lambda$$

$$\Delta r = n \lambda$$

różnica dróg optycznych jest równa całkowitej wielokrotności długości fali

Natężenie światła w obrazie interferencyjnym

Żeby złożyć składowe pola elektrycznego E_1 i E_2 dodajemy ich wektory amplitud.



$$\begin{aligned}
 E^2 &= E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cos\varphi \\
 &= 2E_0^2(1 + \cos\varphi) = 2E_0^2 2\cos^2(\varphi/2) \\
 &= 4E_0^2 \cos^2(\varphi/2)
 \end{aligned}$$

lub

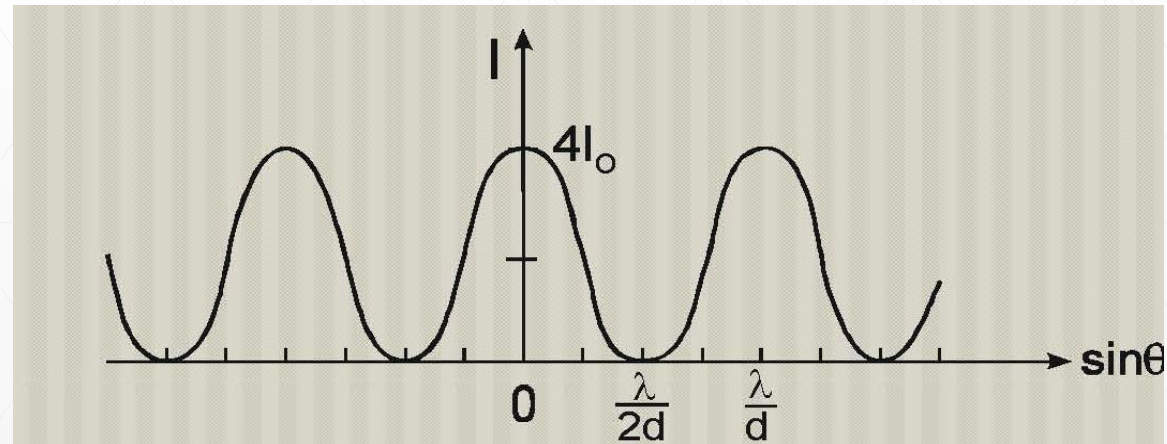
$$E = 2(E_0 \cos\beta) = 2E_0 \cos(\varphi/2)$$

$$E^2 = 4E_0^2 \cos^2(\varphi/2)$$

$$\varphi = k\Delta r = kd \sin\theta$$

$$I = 2I_0 [1 + \cos(kd \sin\theta)]$$

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{kd \sin\theta}{2}\right)$$



Maksima natężenia (jasne prążki) gdy $dsin\theta = n\lambda \rightarrow sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$

Jednakże jest to oszustwo po poziomie szkoły średniej, bo:

$$I \neq E^2 = E_1 E_2$$
$$I = \langle \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^\dagger \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{E}(t) \mathbf{E}^\dagger(t + \tau) dt$$

Kwestia stałości fazowej oddziaływania (spójność) E. Wolf

$$I = \langle \dots \rangle \approx \gamma_{12} = \frac{\langle V_1(t) V_2^*(t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle V_1(t) V_1^*(t) \rangle \langle V_2(t) V_2^*(t) \rangle}} \equiv \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\Gamma_{11}(0) \Gamma_{22}(0)}$$

Kwestia stałości polaryzacji (SOP) oddziaływania (Fresnel-Arago 1852)

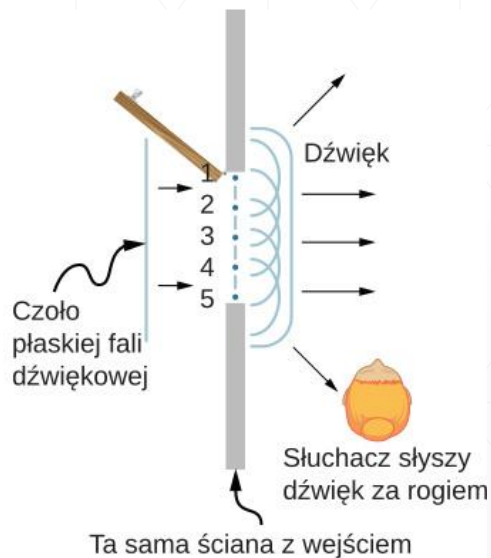
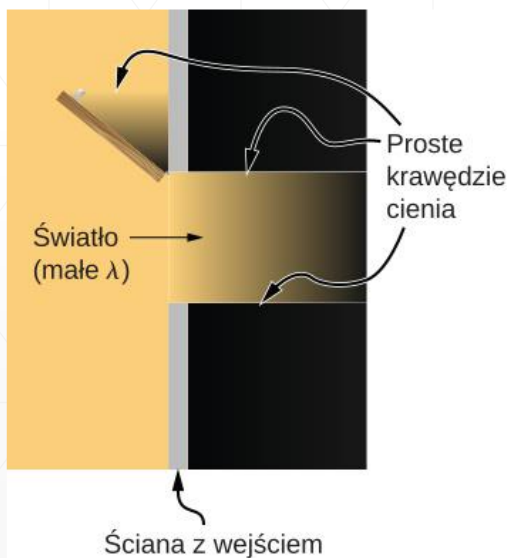
- dwie wiązki liniowo spolaryzowanego światła, o drganiach w płaszczyznach ortogonalnych – nie interferują ze sobą,
- dwie wiązki liniowo spolaryzowanego światła, o drganiach w tej samej płaszczyźnie – interferują,
- dwie wiązki liniowo spolaryzowanego światła, otrzymane z prostopadłych składowych światła niespolaryzowanego, a następnie sprowadzone do tej samej płaszczyzny drgań – nie interferują,
- dwie wiązki liniowo spolaryzowanego światła, otrzymane ze spójnych części wiązki światła i sprowadzone następnie do ortogonalnych płaszczyzn – będą ze sobą interferować. Jednak w tym wypadku może być wytworzony zmienny stopień eliptyczności wiązki świetlnej.

Dyfrakcja

Zjawisko **dyfrakcji** (**ugięcia**) fal odkrył Francesco Maria Grimaldi w 1665 r. Polega ono na uginaniu się, czyli odchylenia od prostoliniowości rozchodzenia się światła w pobliżu ciał nieprzezroczystych (przeszkody - np. brzeg szczeliny).

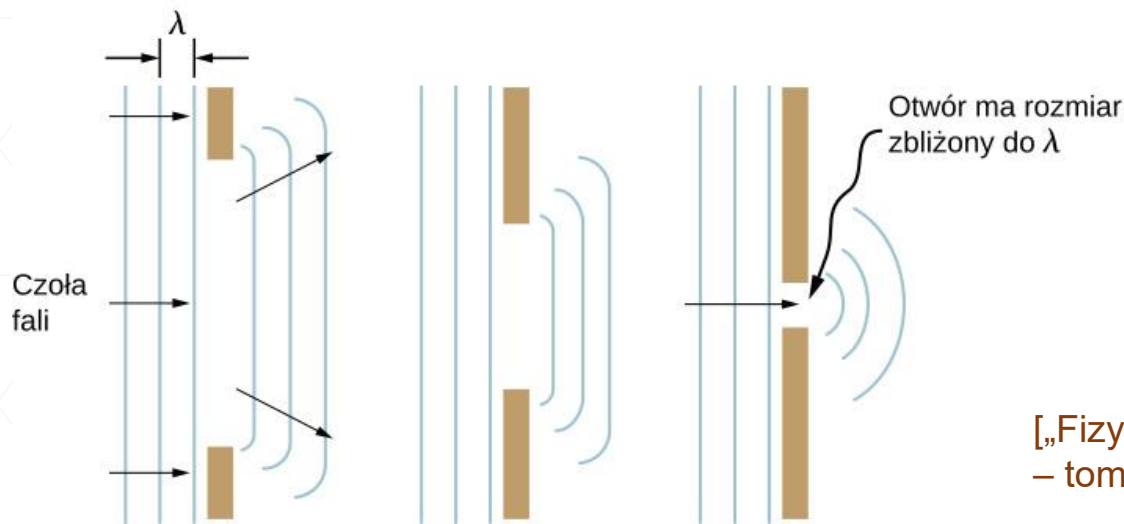
Zjawisko to jest tym wyraźniejsze, im rozmiary przeszkody (np. szerokość szczeliny) są bardziej zbliżone do długości fali. Za Sommerfeldem – *Dyfrakcja każde odejście od prostoliniowego biegu promienia świetlnego, które nie może być wytłumaczone odbiciem bądź załamaniem.*

Dyfrakcji ulegają fale wszystkich rodzajów, a nie tylko fale świetlne



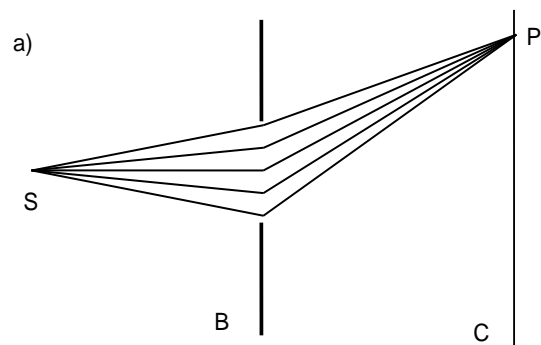
[„Fizyka dla szkół wyższych – tom 3”, www.openstax.pl]

W wyniku dyfrakcji powstaje obraz prążkowy zwany obrazem dyfrakcyjnym

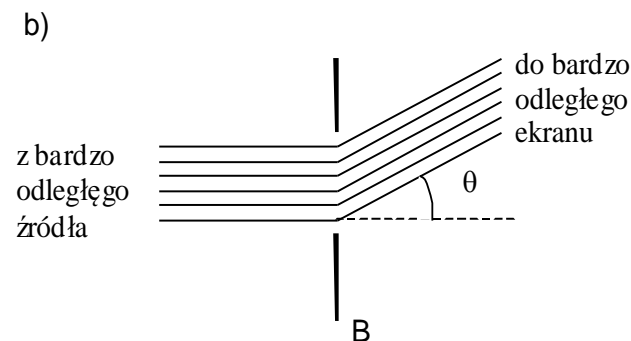


[„Fizyka dla szkół wyższych – tom 3”, www.openstax.pl]

Zasada Huygensa zastosowana dla czoła fali płaskiej padającej na otwór. Krawędzie czoła fali ulegają dyfrakcji po przejściu przez otwór. Wielkość dyfrakcji zwiększa się, gdy wielkość otworu maleje, zgodnie z faktem, że falowe właściwości są bardziej zauważalne przy oddziaływaniu z obiektami o rozmiarze porównywalnym do długości fali.

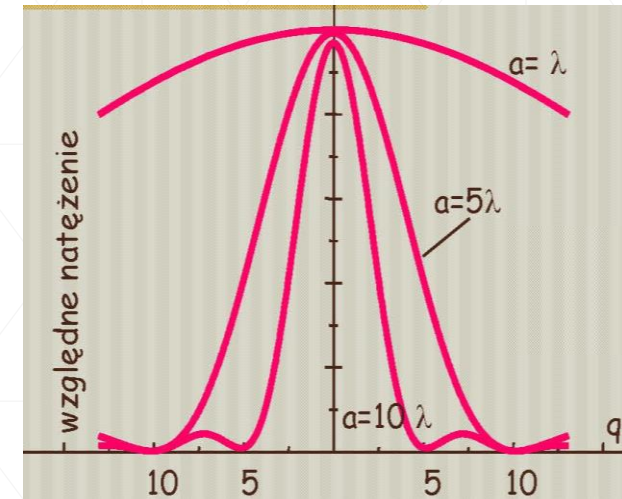
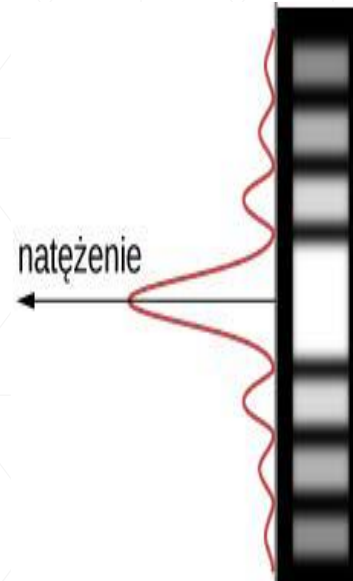
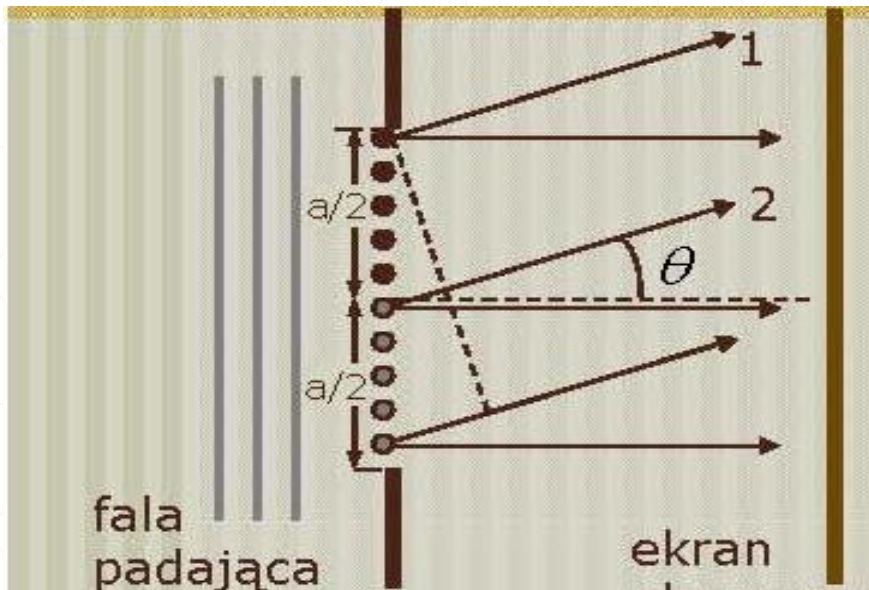


Dyfrakcji Fresnela - fale opuszczające otwór nie są płaskie (promienie nie są równoległe - źródło fal S i ekran C znajdują się w skończonej (bliskiej) odległości od ekranu za szczeliną B.



Dyfrakcja Fraunhofera - źródło S i ekran C znajdują się w dużej odległości od otworu uginającego. Czoła fal padających jak i ugiętych są płaszczyznami (promienie są równoległe)

Dyfrakcji na pojedynczej szczelinie



[„Fizyka dla szkół wyższych – tom 3”, www.openstax.pl]

Dzielimy szczelinę na N stref tak małych, że każda z nich jest źródłem elementarnej fali Huygensa.

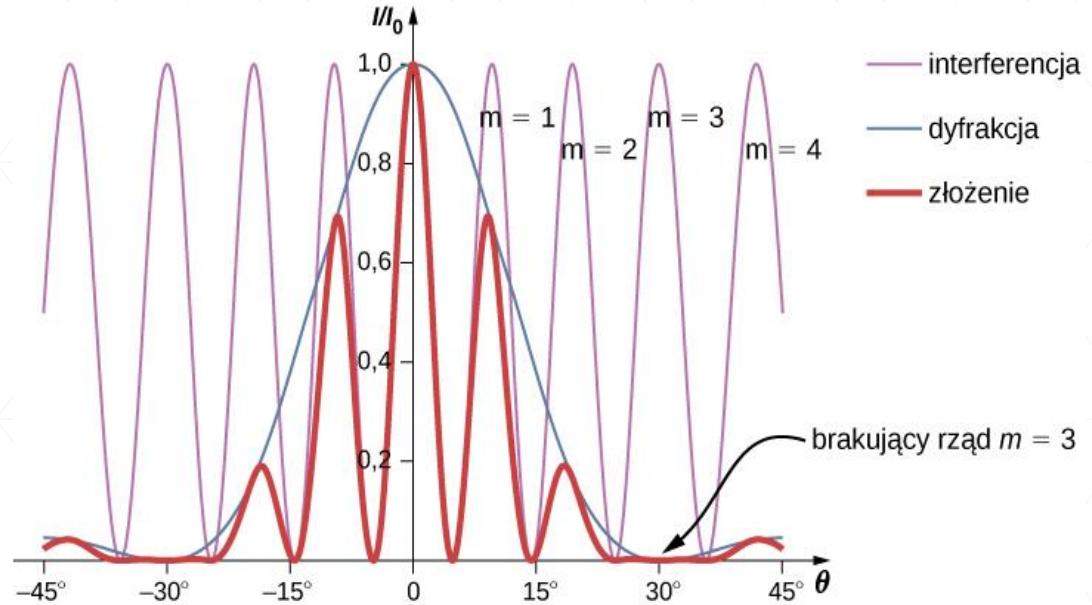
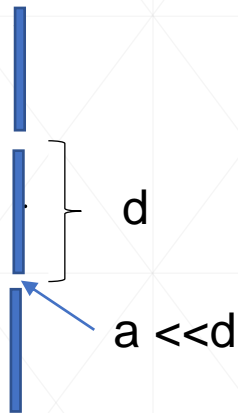
Pierwszy prążek ciemny, na ekranie powstaje w miejscach gdzie różnica dróg promieni 1 i 2 od górnych stref obu obszarów równa jest $\lambda/2$:

$$\frac{a}{2} \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

lub gdy całkowita różnica faz $\Phi = 2\pi$:

$$2\pi = \Phi \stackrel{\text{def}}{=} k\Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta_1 \rightarrow \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

Dyfrakcji na dwóch szczelinach



[„Fizyka dla szkół wyższych – tom 3”, www.openstax.pl]

Natężenie prążków wytwarzanych w wyniku interferencji światła z dwóch szczelin jest modyfikowane przez dyfrakcje światła biegnącego z każdej ze szczelin

$$I = I_0 (\cos^2 \beta) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta; \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

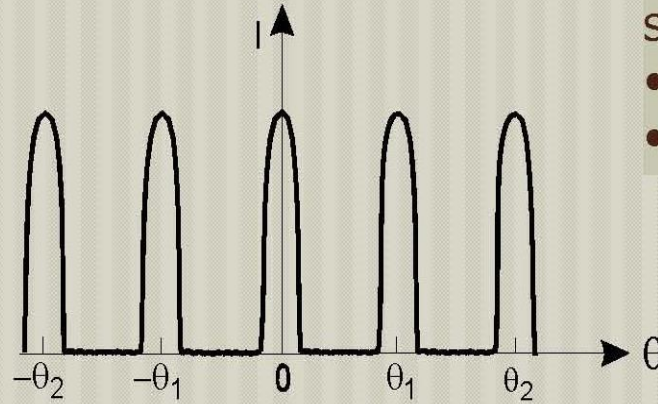
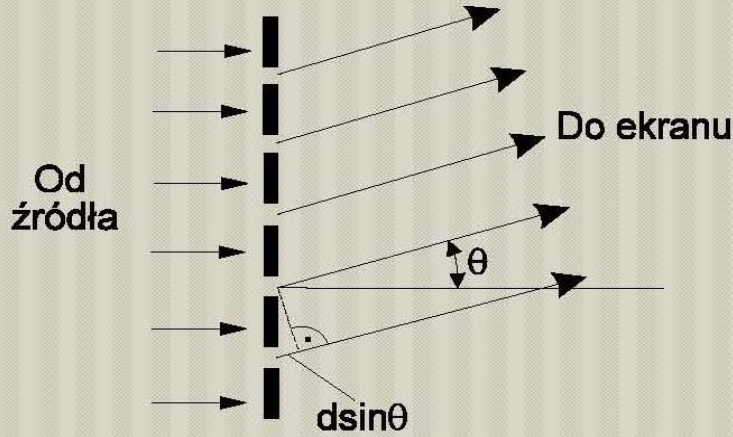
czynniki
interferencyjny

czynniki
dyfrakcyjny

Siatki dyfrakcyjne

$$\sin \alpha \sim a$$

Zbiór równoległych jednakowych szczelin odległych o d (**stała siatki**)



siatki dyfrakcyjne:

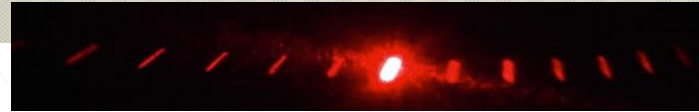
- transmisyjne
- odbiciowe

$$d \sin \theta = n \lambda$$

Z rozważań geometrycznych uzyskujemy związek

$$\varphi_n = 2\pi n \rightarrow$$
$$\sin \theta_n = n \frac{2\pi}{kd} = n \frac{\lambda}{d},$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \left[N \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right]}{\sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right)} ; \varphi = kd \sin \theta$$
$$\rightarrow I = N^2 I_0$$



[www.if.pwr.wroc.pl]

Dla pozostałych kątów natężenie I jest równe I_0 czyli N^2 razy mniejsze

Siatki dyfrakcyjne wykorzystuje się do pomiaru dł. fali oraz do badań struktury i natężeń linii widmowych

Rozdzielczość obrazów dyfrakcyjnych

Położenie pierwszego minimum dla długiej wąskiej szczeliny a

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

Położenie pierwszego minimum dla otworu kołowego o średnicy d (kątowy rozmiar obrazu)

$$\sin\theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

Kryterium rozdzielczości Rayleigha:

Obrazy są rozróżnialne gdy centralne max jednego obrazu dyfrakcyjnego przypada w miejscu pierwszego min drugiego obrazu

$$\theta_R = \arcsin\left(1,22 \frac{\lambda}{d}\right) \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

Obserwacja gwiazd (obrazów) – role otworu spełnia soczewka skupiająca

