



Proszę o uwagę

16. Pole elektryczne w ośrodku

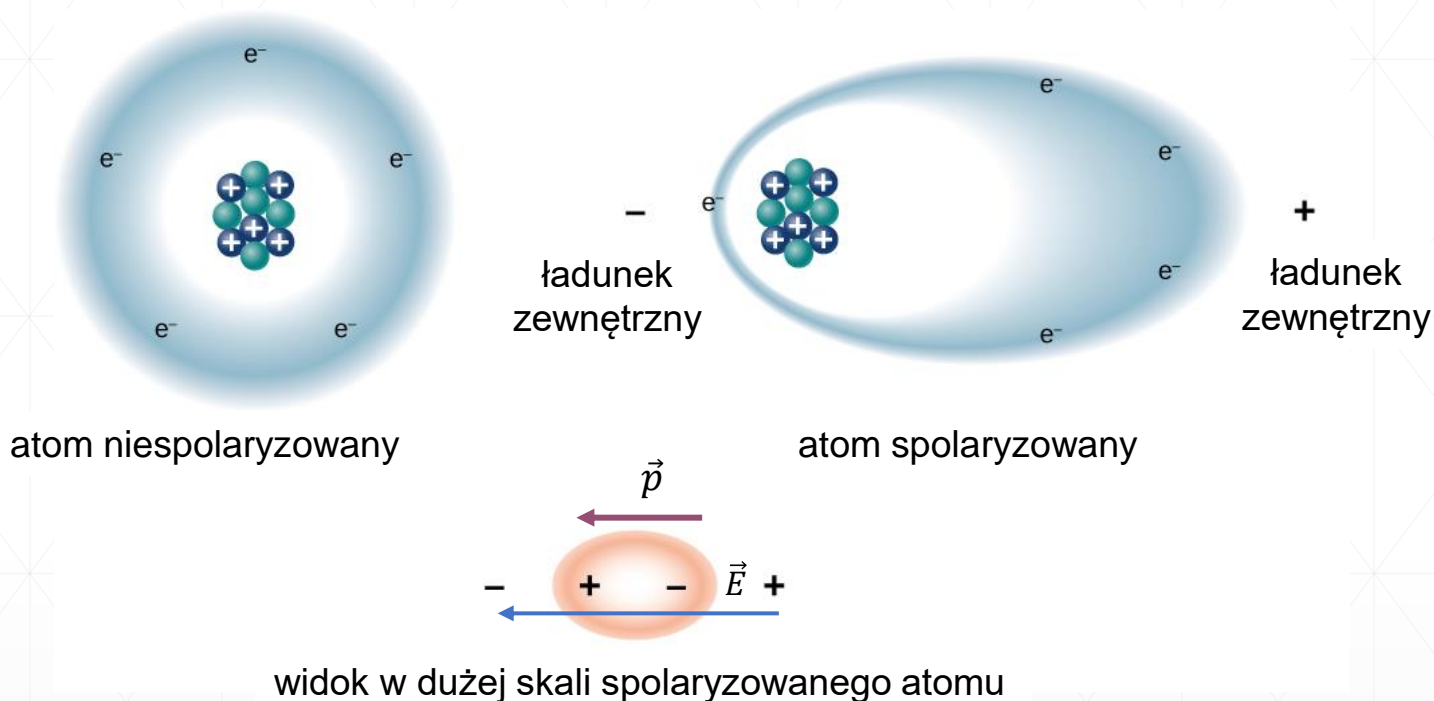
- dielektryki i oddziaływanie pola elektrycznego z materią,
- prawo Gausa dla dielektryków,
- wektory opisujące pole elektryczne w materii,
- kondensatory.



Dielektryki

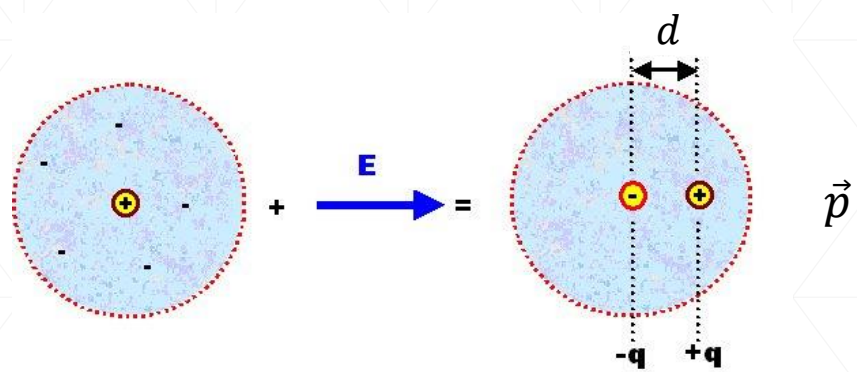
- **Dielektryki** to substancje, które nie zawierają swobodnych ładunków – nie są przewodnikami prądu elektrycznego
- wobec powyższego w dielektrykach może być wytworzone i utrzymywane bez strat energii pole elektryczne
- o własnościach elektrycznych dielektryka decydują ładunki związane (jony, elektrony), które pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego przesuwają się z położenia równowagi powodując polaryzację dielektryka
- **polaryzacja dielektryka** to indukcja ładunku na powierzchni dielektryka pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego

Molekularny model dielektryka

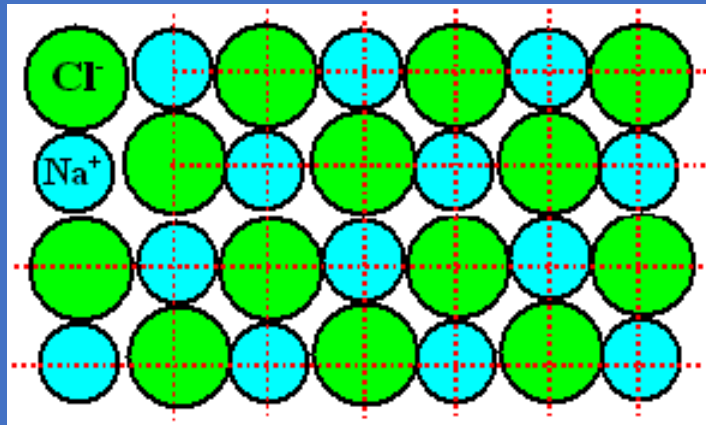


Pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego możliwa jest deformacja cząsteczek lub atomów (rozciągnięcie) i (lub) ich obrót. Prowadzi to do zmiany momentów dipolowych cząsteczek, które z dobrym przybliżeniem możemy potraktować jak zbiór dipoli oddziałujących ze sobą i z zewnętrznym polem.

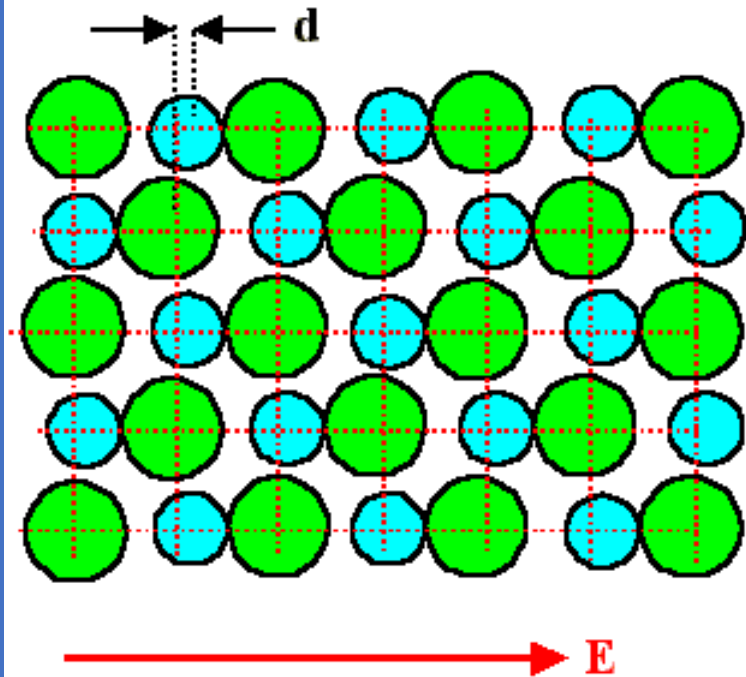
Dielektryki



- dielektryki niepolarne – zbudowane z atomów i molekuł, które nie mają trwałych momentów dipolowych np. H_2
 - polaryzacja elektronowa
 - polaryzacja jonowa



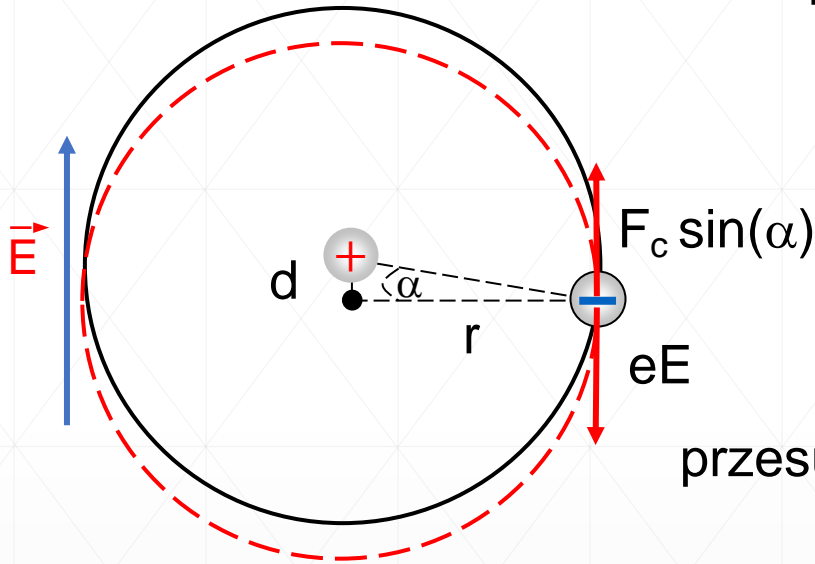
bez pola $E=0$



Wektor polaryzacji \vec{P}

Rozpatrzmy atom wodoru w zewnętrznym polu elektrycznym E .

Pod wpływem tego pola orbita elektronu przesunie się do dołu. Wówczas na elektron w kierunku pola działa składowa F_c



$$F_c \cdot \sin(\alpha) = eE$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(r^2 + d^2)} \cdot \frac{d}{\sqrt{r^2 + d^2}} = eE$$

przesunięcie orbity $d \ll r$ czyli $\frac{e \cdot d}{4\pi\epsilon_0 r^3} = E$

indukowany moment dipolowy - $p = e \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 r^3}_{\alpha} \cdot E$

współczynnik polaryzacji elektronowej $\rightarrow \alpha$

Wektor polaryzacji \vec{P} - suma momentów dipolowych w jednostce objętości $\left[\frac{C}{m^2} \right]$

$$\vec{P} = n\vec{p} = n\alpha\vec{E} = \chi\epsilon_0\vec{E}$$

gdzie $\chi = n\alpha/\epsilon_0$ – podatność elektryczna dielektryka

n – liczba cząstek (dipoli) w jedn. objętości

Dipol w polu elektrycznym

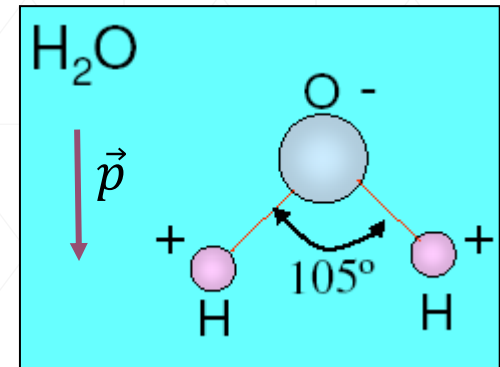
- W przyrodzie występują substancje które posiadają trwałe momenty dipolowe, np. cząsteczka wody
- na ładunki dipola umieszczonego w zewnętrznym polu elektrycznym działają równe siły, ale przeciwnie skierowane, tak że nie ma siły wypadkowej działającej na dipol (dipol nie przesuwa się)
- działa jednak moment sił obracający dipolem względem środka masy (środek masy leży w odległości x od jednego końca dipola)

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

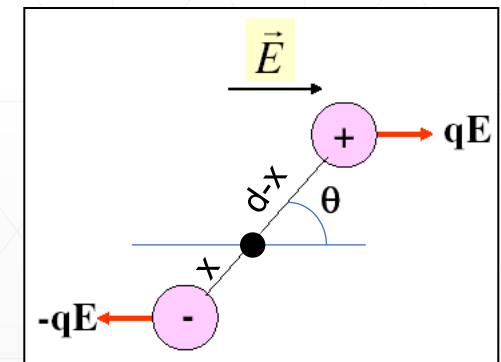
$$M = qEx\sin\theta + qE(d-x)\sin\theta = Eqd\sin\theta$$

$$M = pE\sin\theta \quad \text{w zapisie wektorowym} \quad \vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Moment siły dąży do obrócenia momentu dipolowego \vec{p} (a stąd i dipola) w kierunku natężenia pola E , czyli zmniejszenia kąta θ

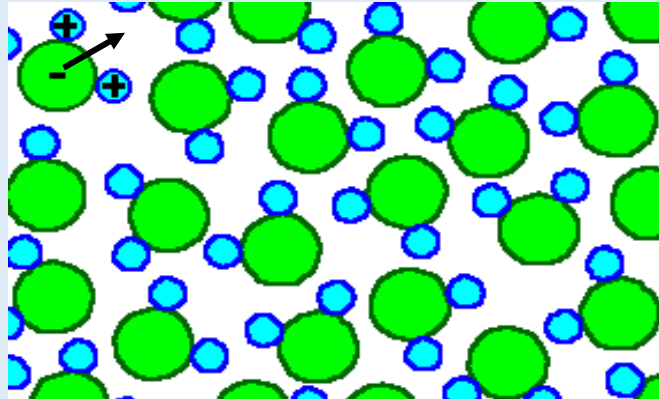


$$p = qd$$

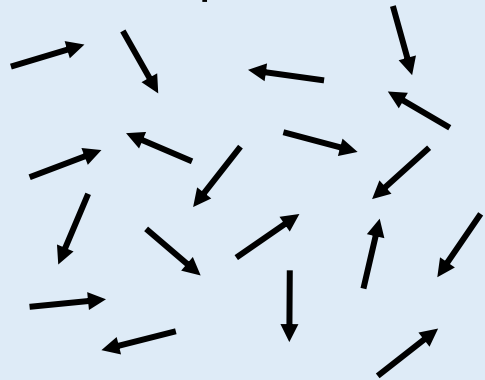


Dielektryki

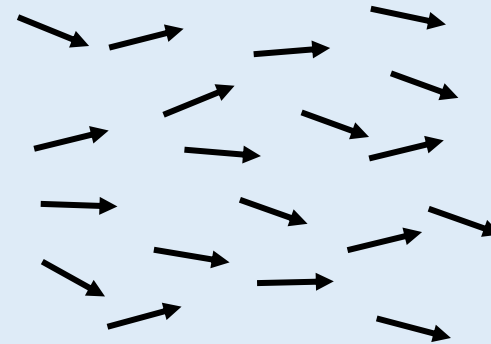
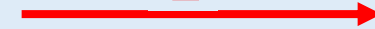
cząsteczki wody



bez pola

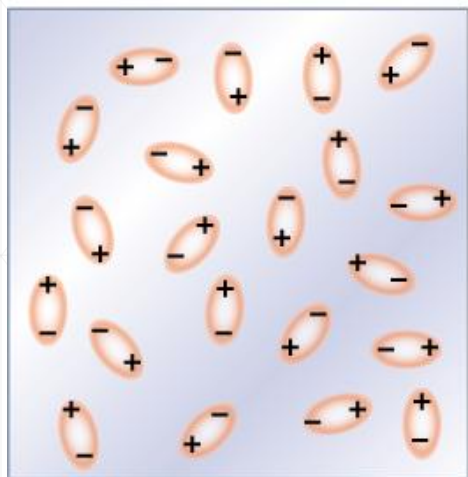


E

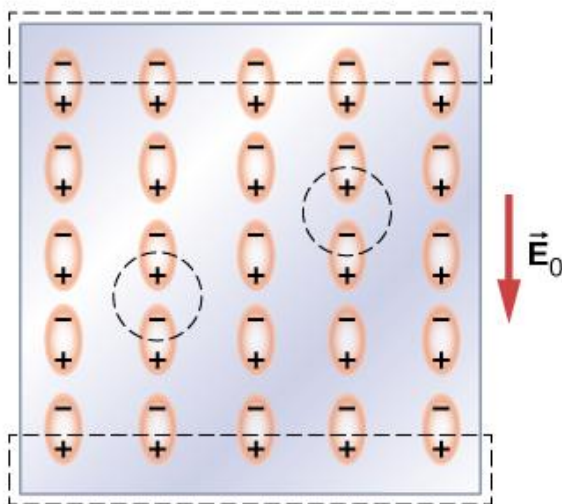


- **dielektryki polarne** – cząsteczki o samoistnym, trwałym momencie dipolowym H_2O - polaryzacja skierowana

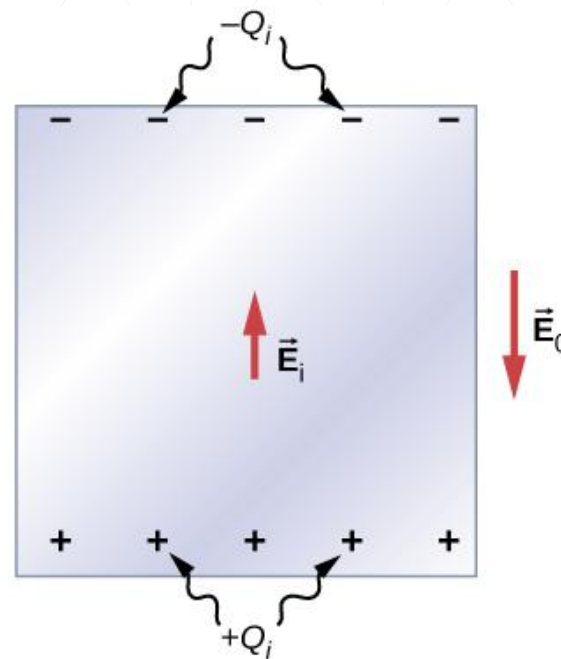
Osłabienie pola zewnętrznego



(a)



(b)



(c)

Pole ulega osłabieniu

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$$

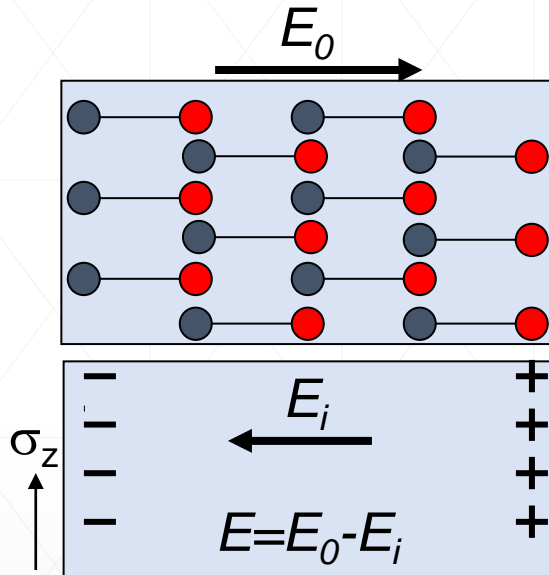
$$|\vec{E}| = E_0 - E_i$$

\vec{E}_0 pole zewnętrzne

\vec{E}_i pole indukowane

Pole elektryczne w dielektrykach

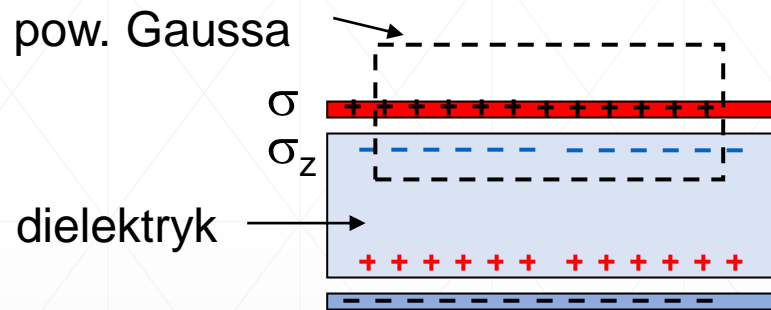
Dielektryk umieszczony w zewnętrznym polu elektrycznym E_0



dielektryk ulega polaryzacji na powierzchni indukują się ładunki związane o gęstości σ_z

zamiast mówić o ładunkach związanych wprowadzamy wektor polaryzacji \vec{P} , którego składowa normalna jest równa gęstości ładunków związanych $P_n = \sigma_z$

Korzystając z prawa Gaussa dla prostopadłościanu o powierzchni ΔS



$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{(\sigma - \sigma_z) \cdot \Delta S}{\epsilon_0} = \frac{(\sigma - P_n)\Delta S}{\epsilon_0}$$

Pole elektryczne w dielektrykach

Dielektryk umieszczony w zewnętrznym polu elektrycznym E_0

$$\int_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = (\sigma - P_n) \Delta S \quad \text{ale} \quad \vec{P} d\vec{S} = P \cos \alpha dS = P_n dS$$

$$\int_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} + P_n \Delta S = \sigma \Delta S \quad \longrightarrow \quad \int_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = \sigma \Delta S = Q$$

Wprowadzając pojęcie wektora indukcji elektrycznej $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$$\int_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\epsilon_r = 1 + \chi}$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

Indukcja elektryczna \vec{D} jest wielkością wektorową opisującą natężenie pola elektrycznego wewnątrz ciał nieprzewodzących (np. dielektryków)

ϵ_r - względna przenikalność elektryczna ośrodka

Prawo Gaussa w dielektrykach

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

Strumień wektora indukcji przez dowolną powierzchnię zamkniętą równy jest ładunkowi swobodnemu zawartemu w obszarze ograniczonym rozpatrywaną powierzchnią

$$\oint_S \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} Q$$

informacja o dielektryku zawarta jest we względnej przenikalności elektrycznej ϵ_r

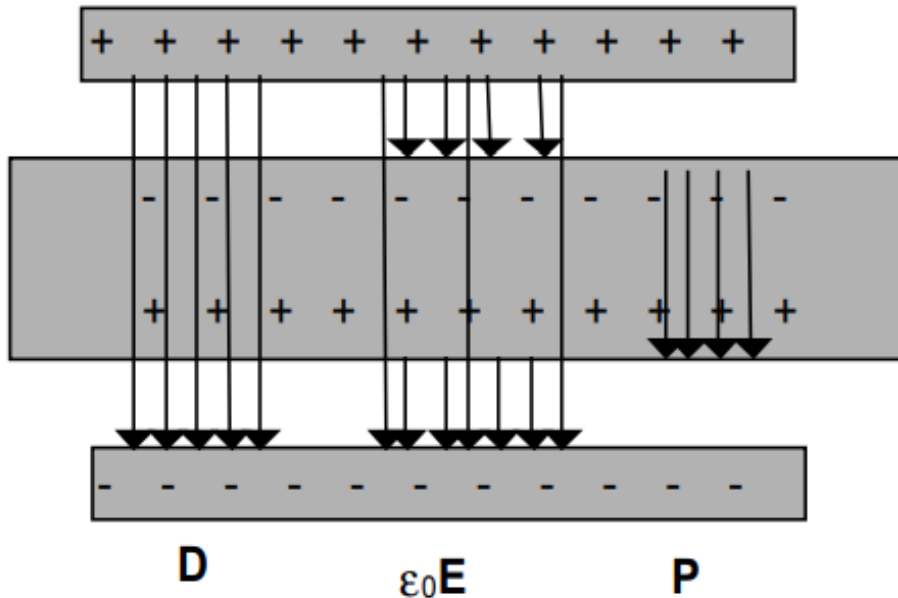
Material	ϵ_r
Papier	3,5
Mika	5,4
Krzem	12
Woda	80,4

Dla próżni $\epsilon_r = 1$

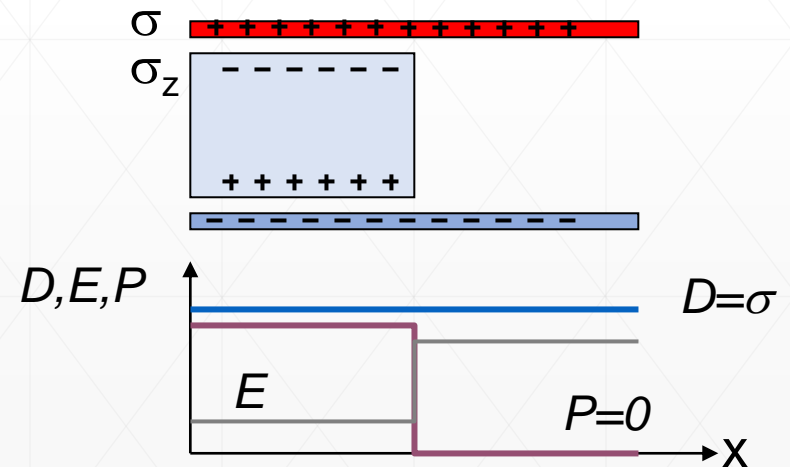
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} Q$$

Wnioski

- wektor indukcji \vec{D} ma taką samą postać w próżni i w dielektryku
- natężenie pola \vec{E} jest ϵ_r razy mniejsze w dielektryku i jest uwarunkowane ładunkiem swobodnym i związanym
- wektor polaryzacji \vec{P} jest spowodowany ładunkiem związanym (w próżni $\vec{P} = 0$)



$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$



Zmiany indukcji, natężenia pola i polaryzacji na granicy dielektryka

Dielektryki

- W obszarze wypełnionym całkowicie materiałem dielektrycznym o względnej przenikalności elektrycznej ϵ_r wszystkie równania elektrostatyki, zawierające przenikalność elektryczną w próżni ϵ_0 należy zmodyfikować, zastępując ϵ_0 przez $\epsilon_0 \epsilon_r$

- Np. prawo Coulomba

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

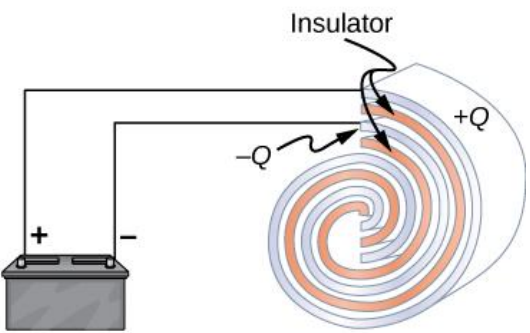
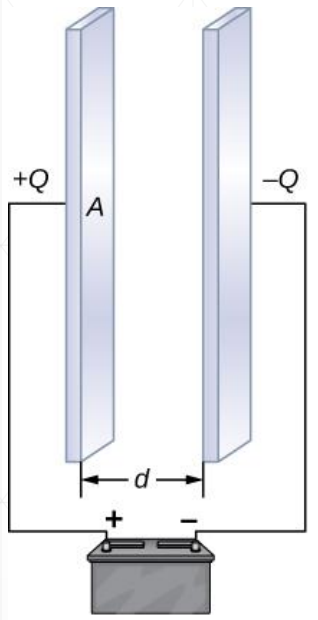
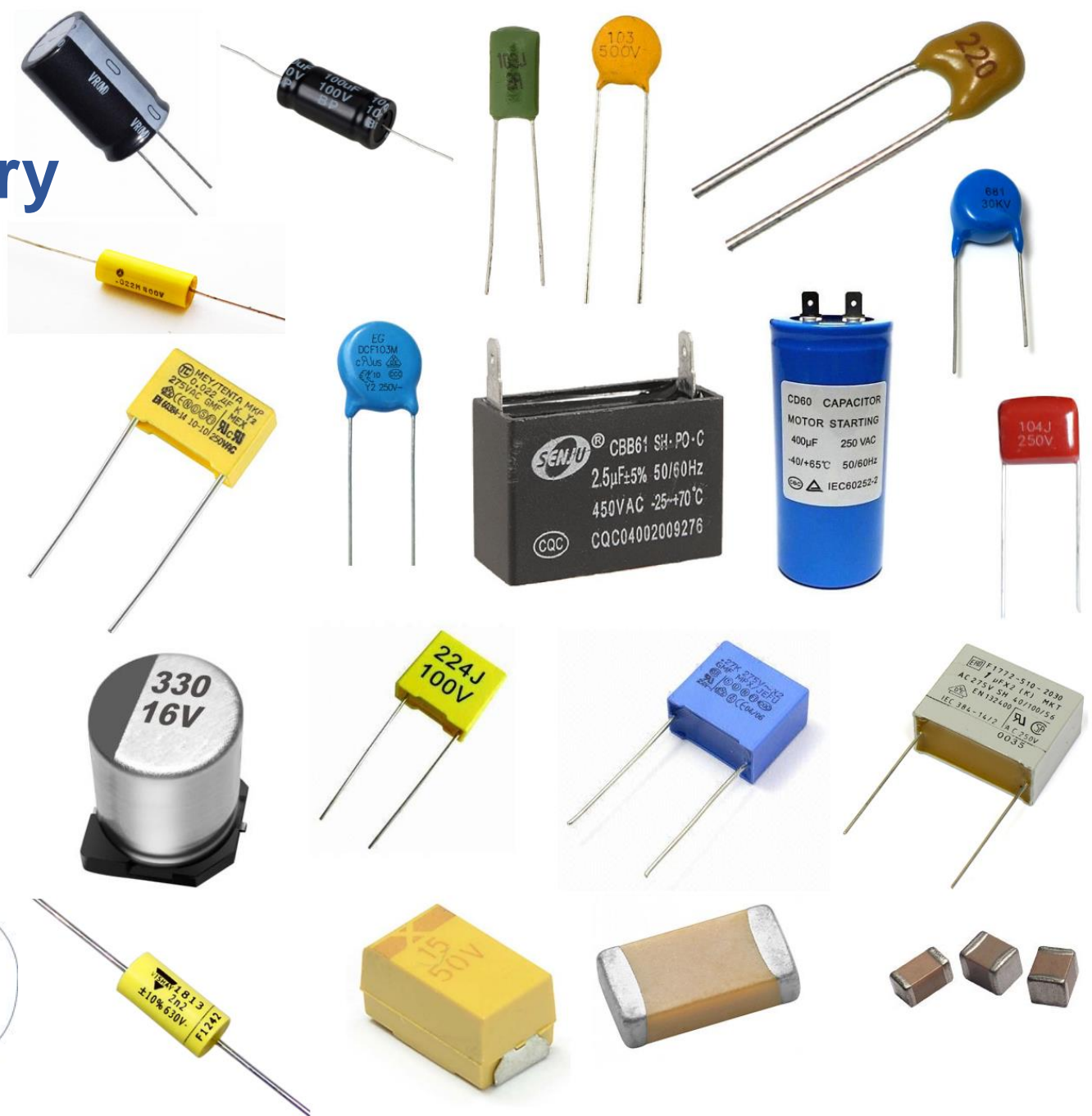
- Wyrażenia na natężenie pola elektrostatycznego od ładunku punktowego lub naładowanej powierzchni otoczonych dielektrykiem

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q}{r^2}$$

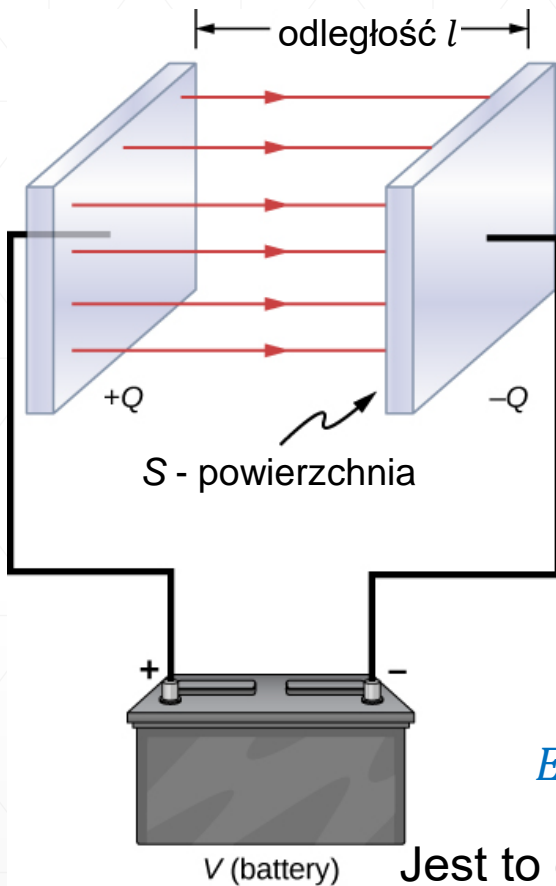
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon_r}$$

- Równania te pokazują, że dla ustalonego rozkładu ładunków wpływ dielektryka polega na osłabieniu natężenia pola elektrycznego w stosunku do sytuacji bez dielektryka.

Kondensatory



Kondensator płaski



Napięcie pomiędzy okładkami kondensatora wynosi

$$U = \Delta V = El = \frac{Ql}{\epsilon_0 S}$$

Pojemność kondensatora definiujemy jako

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \frac{S}{l} \quad \text{lub} \quad C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{l}$$

Aby naładować kondensator do napięcia U bateria musi wykonać pracę przeciwko siłom pola wytworzonego przez ładunek zgromadzony na okładkach.

$$C = \frac{dQ}{dU}$$

$$dW = dE_p = UdQ = CUdU$$

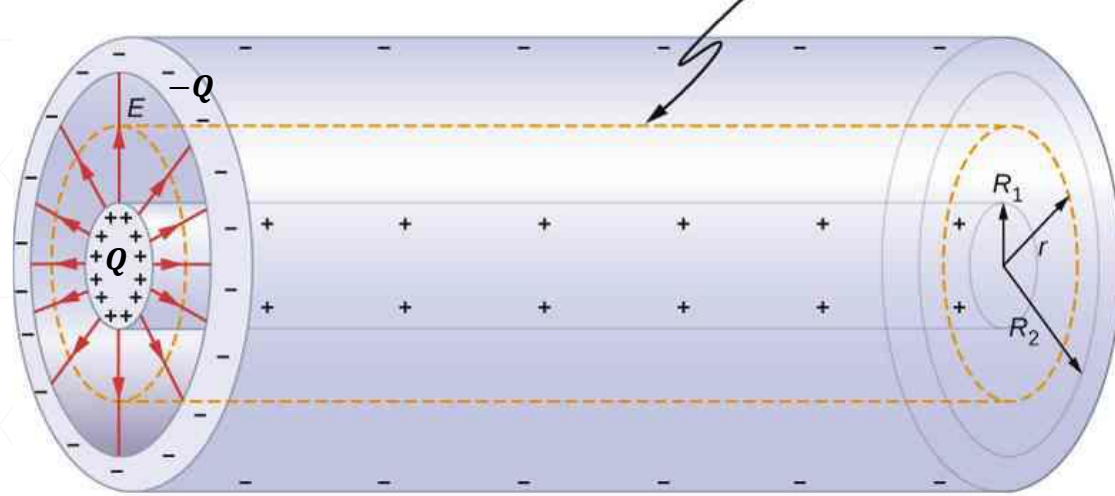
$$E_p = W = \int_0^W dW = \int_0^U CUdU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 lS$$

Jest to energia zgromadzona w płaskim próżniowym kondensatorze

Gęstość energii pola elektrycznego u w kondensatorze jest proporcjonalna do kwadratu natężenia pola elektrycznego:

$$u = \frac{E_p}{V} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 lS}{lS} = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

Kondensator walcowy



Kondensator walcowy o długości L zbudowany z dwóch współosiowych powierzchni walcowych o promieniach R_1 i R_2 . Każda z okładek zawiera ładunek o wartości Q . Z prawa Gaussa dla powierzchni bocznej walca wyznaczmy E

$$ES = E2\pi rL = Q/\epsilon_0 \quad E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 Lr}$$

Ze związku pomiędzy natężeniem a potencjałem szukamy różnicy potencjałów (napięcia) między okładkami

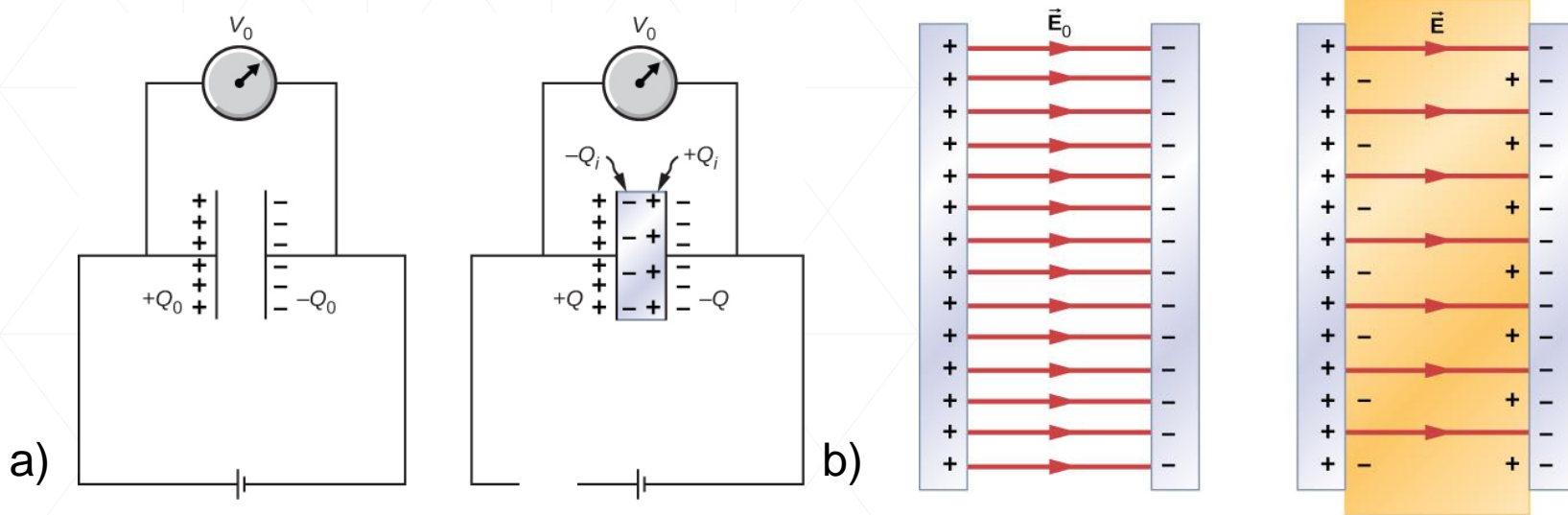
$$U = - \int_{R_2}^{R_1} E dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Pojemność kondensatora wyznaczmy z definicji

$$C = \frac{Q}{U} = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(R_2/R_1)}$$

Pojemność kondensatora walcowego zależy od wielkości geometrycznych: L , R_1 i R_2

Kondensator z dielektrykiem

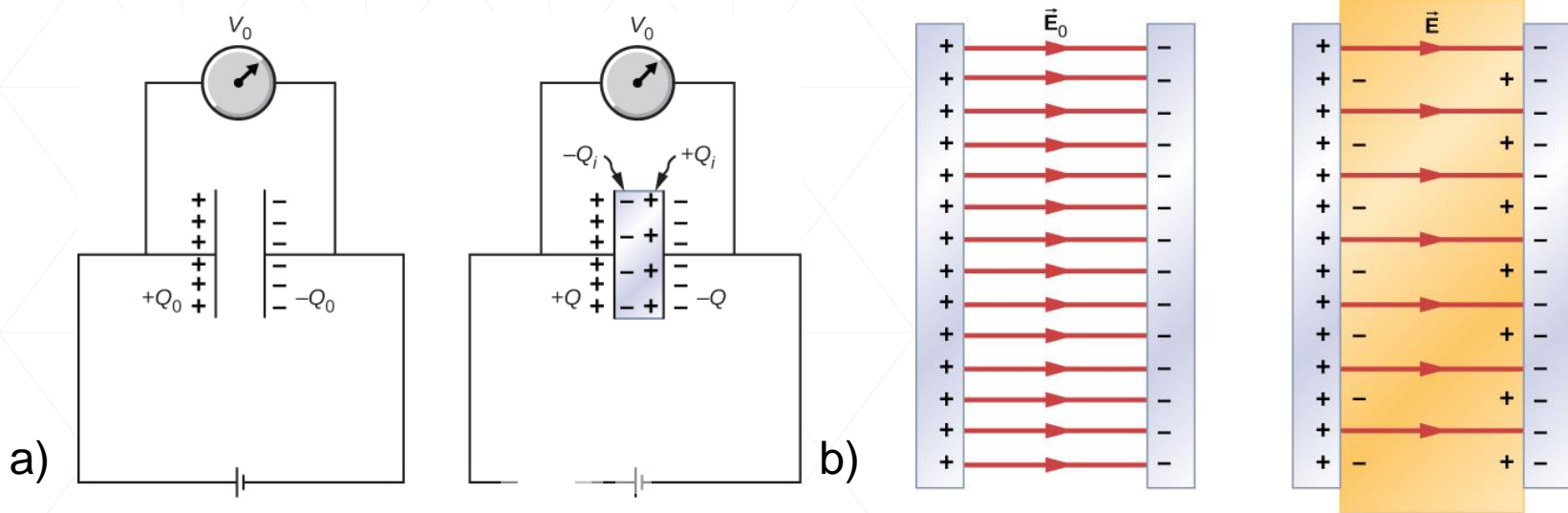


Warstwa dielektryka o przenikalności ϵ_r zostanie wsunięta pomiędzy okładki kondensatora. Jak zmieni się energia pola elektrycznego jeśli kondensator płaski jest podłączony do baterii (a) i jeśli nie jest (b). Skąd bierze się różnica energii.

W obu przypadkach pojemność kondensatora wzrasta ϵ_r razy $C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{l} = \epsilon_r C_0$

W przypadku (a) gdy kondensator jest podłączony do baterii zwiększa się ładunek zgromadzony na okładkach, a napięcie pozostaje stałe. Energia pola elektrycznego wzrośnie ϵ_r razy, gdyż $E_p = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon_r C_0 U^2 = \epsilon_r E_{p0}$. Bateria wykonuje pracę związaną z doprowadzeniem dodatkowego ładunku na okładki kondensatora.

Kondensator z dielektrykiem



Warstwa dielektryka o przenikalności ϵ_r zostanie wsunięta pomiędzy okładki kondensatora. Jak zmieni się energia pola elektrycznego jeśli kondensator płaski jest podłączony do baterii (a) i jeśli nie jest (b). Skąd bierze się różnica energii.

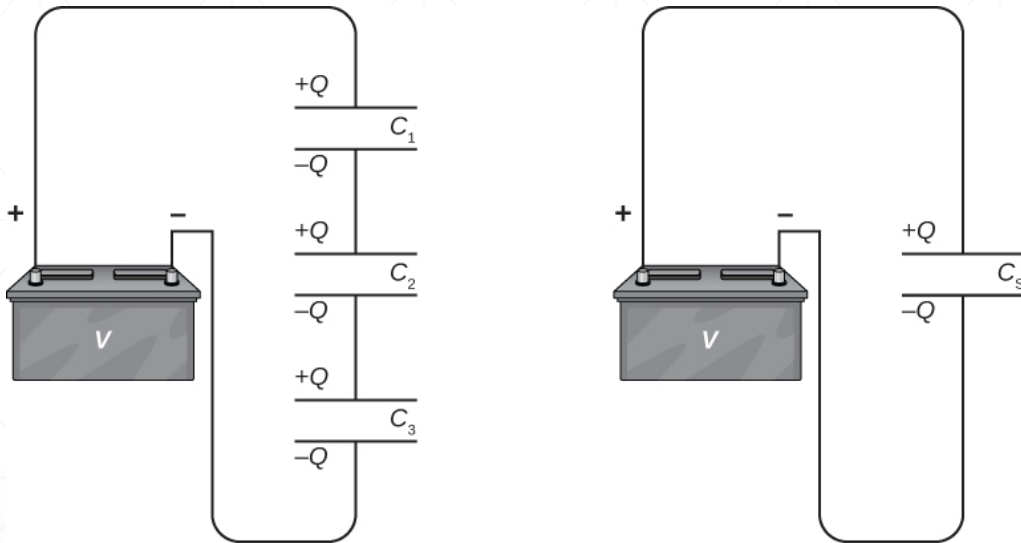
W obu przypadkach pojemność kondensatora wzrasta ϵ_r razy $C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{l} = \epsilon_r C_0$

W przypadku (b) gdy kondensator nie jest podłączony do baterii ładunek zgromadzony na okładkach pozostaje stały, a maleje różnica potencjałów na okładkach. Energia pola elektrycznego zmaleje ϵ_r razy, gdyż $E_p = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_r C_0} = \frac{1}{\epsilon_r} E_{p0}$ układ wykonuje pracę kosztem energii pola, którego natężenie również maleje ϵ_r razy.

W obu przypadkach dielektryk jest wciągany do kondensatora.

Łączenie kondensatorów

Kondensatory połączone szeregowo: $U_1 = \frac{Q}{C_1}; U_2 = \frac{Q}{C_2}; U_3 = \frac{Q}{C_3}$

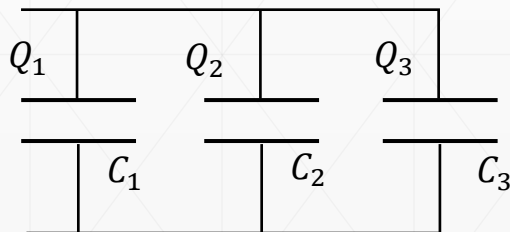


$$U_s = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{U_s}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Kondensatory połączone równolegle:

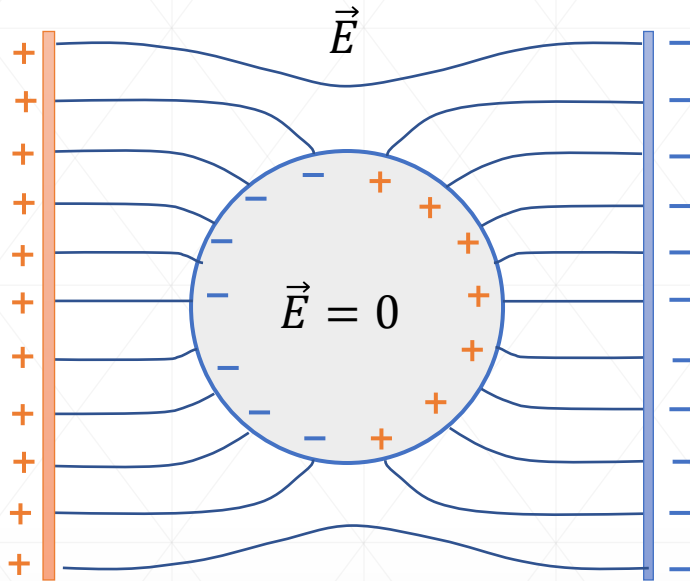
$$Q_1 = C_1 U; \quad Q_2 = C_2 U; \quad Q_3 = C_3 U;$$



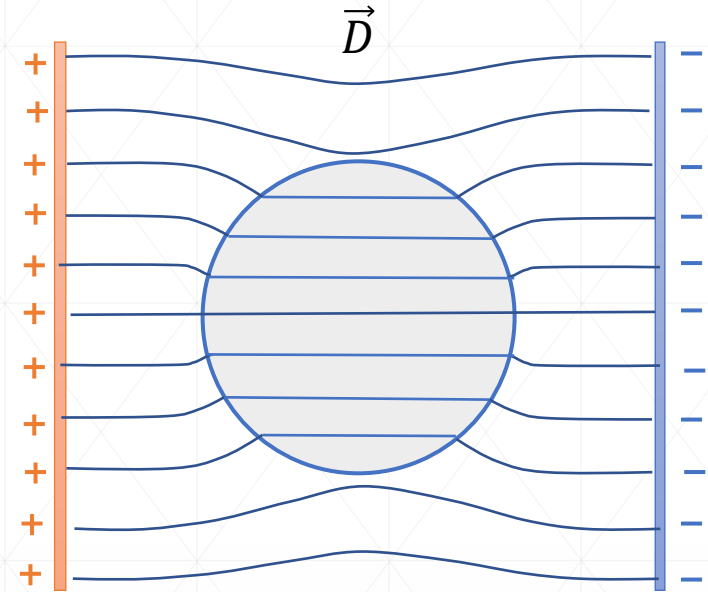
$$Q_R = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$C_R = \frac{Q_R}{U} = C_1 + C_2 + C_3;$$

Metal i dielektryk w polu elektrycznym



Nienaładowany przewodnik w zewnętrznym polu elektrycznym. Swobodne elektrony rozkładają się na jego powierzchni tak, że $E = 0$ wewnątrz przewodnika i wypadkowe pole na powierzchni jest prostopadłe do niej



Kula z dielektryka w zewnętrznym polu elektrycznym. Widać zachowanie ciągłości linii indukcji D i zmianę gęstości ich rozmieszczenia.

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

Podsumowanie

- Dielektryki polarne i niepolarne
- Wektor polaryzacji \vec{P} – suma momentów dipolowych w jednostce objętości
- Wektor indukcji elektrycznej $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$
- Względna przenikalność elektryczna ośrodka ϵ_r
- Prawo Gaussa dla dielektryków $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$
- Kondensatory z dielektrykiem



Dziękuję za uwagę