



**Proszę o uwagę**

# 18. Pole magnetyczne prądów stałych

---

- pole magnetyczne:
  - rys historyczny,
  - podstawowe właściwości,
  - skąd się bierze pole magnetyczne,
- indukcja magnetyczna  $\vec{B}$ ,
- siła Lorentza  $\vec{F}_L$ ,
- siła elektrodynamiczna,
- prawo Biota-Savarta.



# Pole magnetyczne – rys historyczny

- W V wieku p.n.e. Grecy odkryli skałę, która przyciąga żelazo. Skała ta występowała w rejonie **Magnezji** (Μαγνησία). Stąd nazwa tej skały **magnetyt** i zjawiska **magnetyzm**.

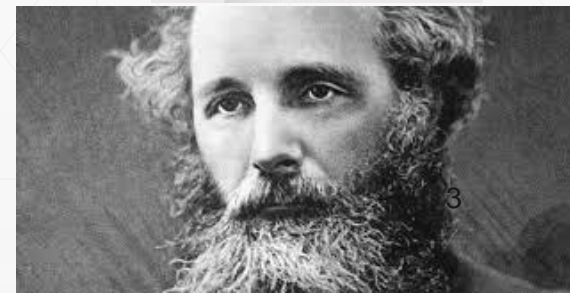


- W I wieku n.e. Chińczycy stosują namagnesowaną łyżeczkę jako kompas.
- Pierwsza wzmianka o stosowaniu kompasu w Europie pochodzi z roku 1190.

- W roku 1820 duński fizyk Oersted odkrył, że igła magnetyczna reaguje na płynący prąd w przewodniku.



- W roku 1861 James Clerk-Maxwell formułuje równania wiążące elektryczność z magnetyzmem.

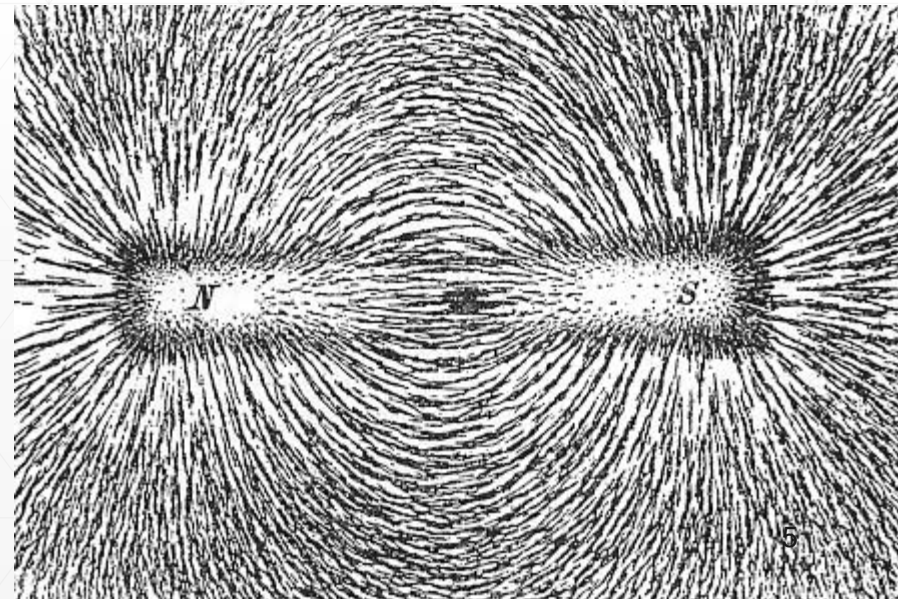


# Pole magnetyczne – podstawowe właściwości doświadczalne

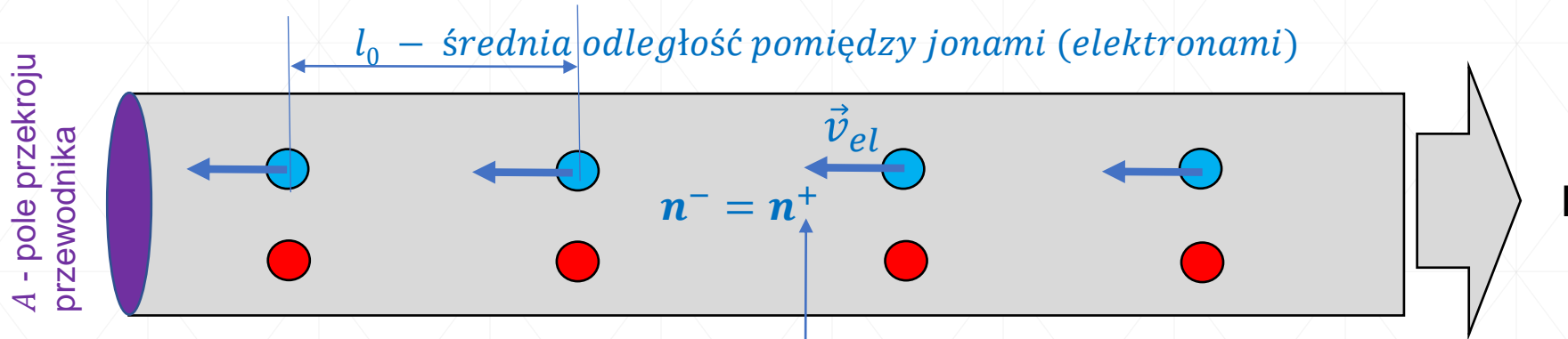
- Pole magnetyczne to stan przestrzeni, w której na poruszające się ładunki działają siły.
- Pole magnetyczne **nie działa** natomiast na ładunki nieruchome.
- Pole magnetyczne jest polem wektorowym, które może istnieć w próżni – bez ośrodka materialnego.
- Pole magnetyczne w ośrodkach materialnych jest przez te ośrodki modyfikowane.
- Pole magnetyczne jest polem bezźródłowym, czyli nie istnieje coś takiego jak ładunek (monopol) magnetyczny.
- Pole magnetyczne przechodzi przez różne materiały (w tym metale) podczas, gdy pole elektryczne jest przez metale **ekranowane**.

# Skąd się bierze pole magnetyczne?

- Pole magnetyczne jest inną formą istnienia pola elektrycznego.
- Można je traktować jako **relatywistyczną poprawkę** do pola elektrycznego – pojawia się tylko przy ruchu ładunków.
- Źródłem pola magnetycznego są poruszające się ładunki (płynące prądy) oraz magnesy trwałe. Cząstki elementarne zachowują się także jak elementarne magnesy.
- Teoretycznie można by opisywać elektrodynamikę bez pojęcia pola magnetycznego, ale byłoby to (również ze względów historycznych) bardzo niewygodne...



# Pole magnetyczne jako relatywistyczna poprawka do pola elektrycznego



Przewodnik miedziany składa się z nieruchomych ładunków **dodatnich** (jonów sieci) oraz z **elektronów** poruszających się w lewo z prędkością dryftu  $\vec{v}_{el}$ . Jeżeli przez  $n^-$  oznaczymy koncentrację elektronów swobodnych w przewodniku to wówczas wzór na natężenie prądu  $I$  przyjmie postać:

$$I = n^- e v_{el} A$$

Koncentracja jonów  $n^+ = n^-$  bo przewód jest elektrycznie obojętny.

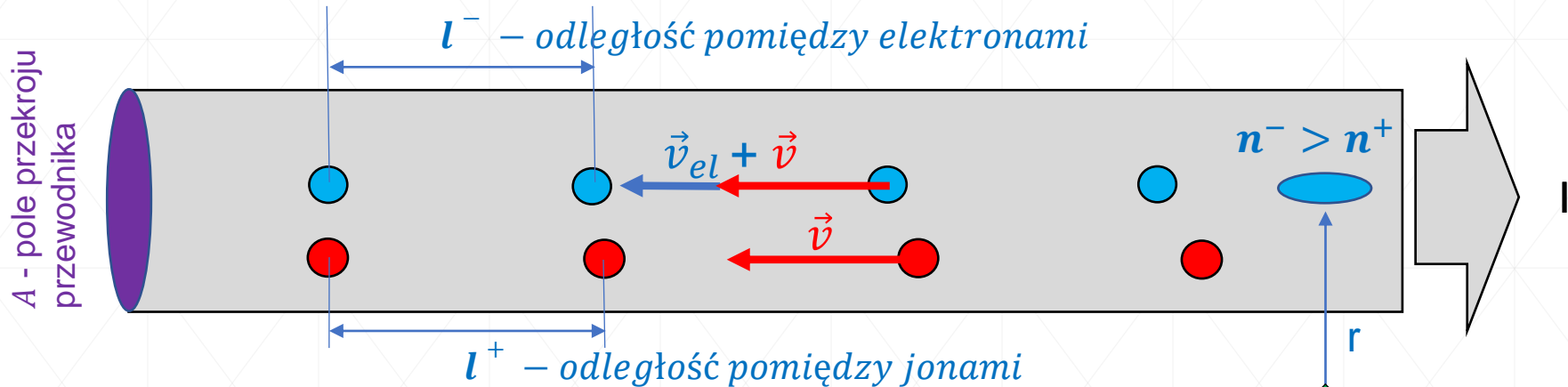
Jeżeli w odległości  $r$  pojawi się ładunek  $+q$ , który się nie porusza to nie będzie on odczuwał żadnego oddziaływania z przewodnikiem, bo ładunek wypadkowy przewodnika równy jest zero.

$\vec{v} = 0$   
 $+q$

ale wystarczy tylko poruszyć ładunek  $+q$  w prawo z prędkością  $\vec{v}$

$+q$   $\vec{v}$

# Pole magnetyczne jako relatywistyczna poprawka do pola elektrycznego



W układzie poruszającego się wzdłuż przewodu ładunku  $+q$  jony sieci poruszają się w lewo z prędkością  $\vec{v}$ , a ładunki ujemne elektrony z prędkością  $\vec{v} + \vec{v}_{el}$ . Zgodnie z relatywistyczną zasadą skrócenia długości Lorentza odległości między ładunkami ujemnymi  $l^-$  stają się mniejsze niż dodatnimi  $l^+$ , a zatem widziana przez ładunek  $+q$  gęstość ładunku ujemnego w przewodniku staje się większa od gęstości ładunku dodatniego. W efekcie tak jakby przez ruch ładunku  $+q$  przewód stał się **naładowany ładunkiem ujemnym** i przyciągał ładunek  $+q$  siłą  $\vec{F}$ :

$$F = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{I}{r} qv$$

gdzie  $c$  – prędkość światła w próżni

Tu nigdzie nie ma słowa o polu magnetycznym! <sup>7</sup>

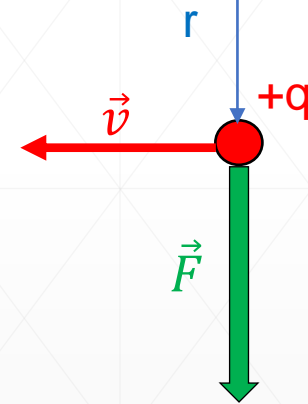
# Pole magnetyczne jako relatywistyczna poprawka do pola elektrycznego

Jeżeli zmieni się zwrot prędkości  $\vec{v}$  naładowanej cząstki  $+q$  na przeciwny wówczas zmieni się także zwrot siły  $\vec{F}$  i cząstka jest **odpychana** od przewodnika. Ładunek  $+q$  widzi, że efektywnie przewód jest naładowany ładunkiem dodatnim.



W przypadku pola elektrycznego natężeniem  $E$  pola nazywamy stosunek siły elektrycznej do ładunku ( $F/q$ ). W przypadku, gdy mamy do czynienia z polem, którego siła zależy i od ładunku  $+q$  i od prędkości  $v$  wprowadza się wielkość charakteryzującą pole w postaci wektora  $B$  nazywanego indukcją magnetyczną równą:

$$B = \frac{F}{qv} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{I}{r} \quad \text{gdzie wielkość } \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \text{ to przenikalność magnetyczna próżni}$$




Czyli korzystając tylko z pojęcia pola elektrycznego oraz ze wzorów wynikających ze szczególnej teorii względności Einsteina pokazaliśmy, że ładunek  $q$  poruszający się z prędkością  $\vec{v}$  wzdłuż przewodnika w którym płynie prąd o natężeniu  $I$  oddziałuje z tym przewodnikiem i to oddziaływanie nazwaliśmy magnetycznym.

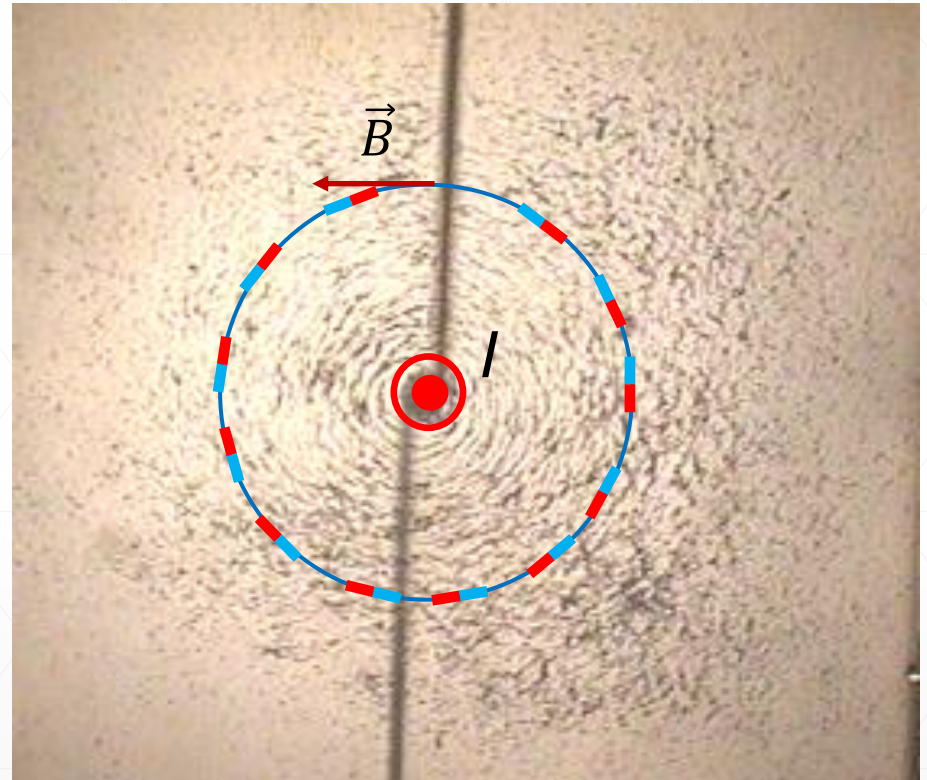
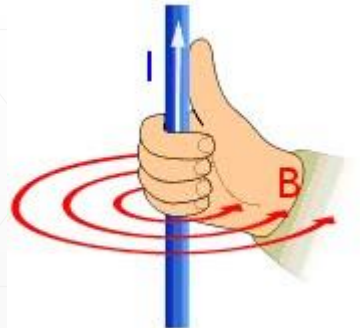



# Wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wskazuje kierunek pola magnetycznego

Na około prostoliniowego przewodnika z prądem tworzy się pole, które możemy zauważyć wykorzystując drobne opiłki żelaza.

Linie pola magnetycznego wskazują kierunek indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  i są wyznaczone przez kierunek igieł magnetycznych: 

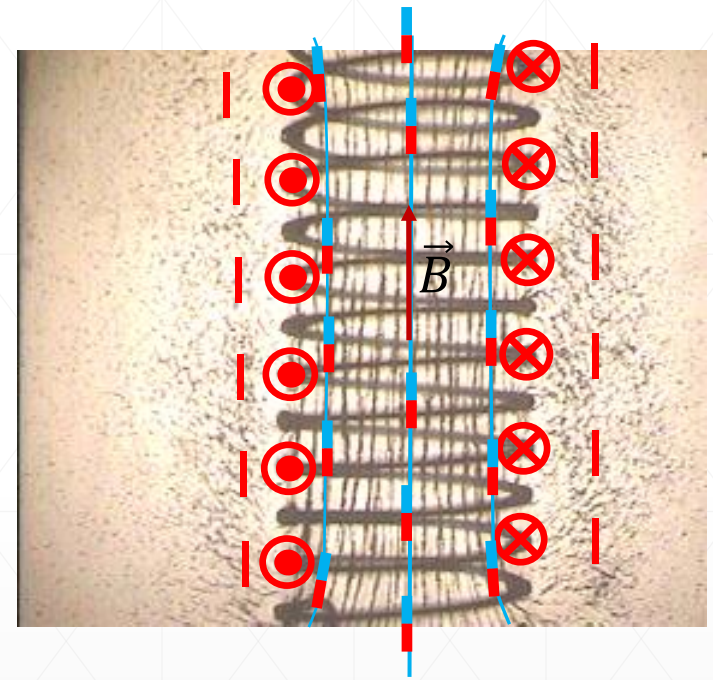
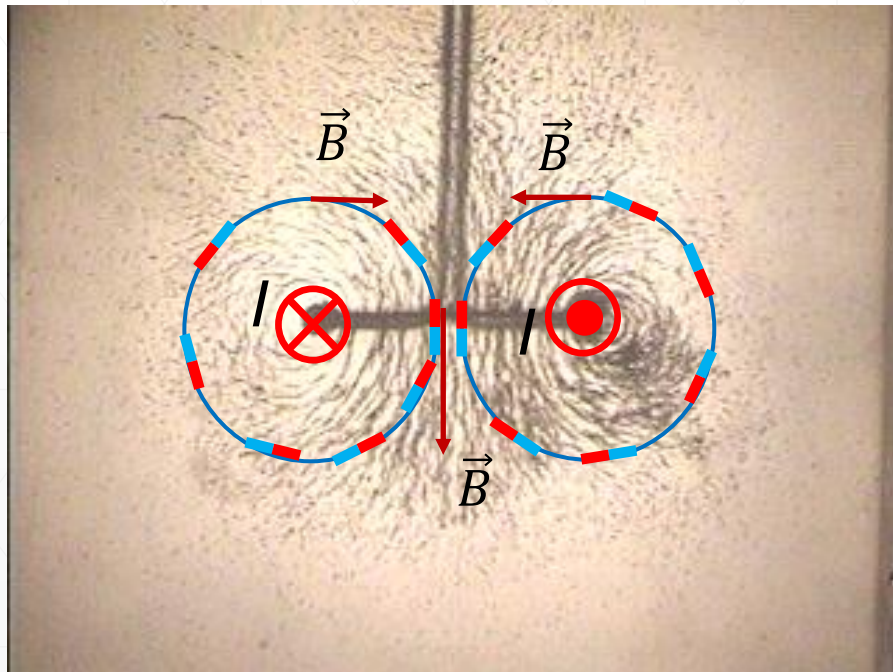
reguła  
prawy  
dłoni



Igła magnetyczna , która jest dipolem magnetycznym, zachowuje się w polu magnetycznym dokładnie tak samo jak dipol elektryczny, jej moment dipolowy układa się zgodnie z liniami pola.

# Wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wskazuje kierunek pola magnetycznego

Na około pętli kołowej prostopadłej do kartki papieru igły magnetyczne układają się jak na rysunku. W środku pętli indukcja pola magnetycznego  $\vec{B}$  jest największa.



Gdy złożymy kilkanaście takich pętli kołowych powstanie **solenoid**, w którym pole magnetyczne  $\vec{B}$  jest równoległe i głównie skupione w środku cewki.

# pole elektryczne

- Pole elektryczne jako pole wektorowe w przestrzeni jest charakteryzowane natężeniem pola elektrycznego:  $\vec{E}$ .
- Na ładunek (dodatni)  $q$  (stojący czy poruszający się) działa siła elektryczna:  $\vec{F} = q\vec{E}$ .
- Siła ta jest współliniowa z wektorem natężenia pole elektrycznego  $\vec{E}$

# pole magnetyczne

- Pole magnetyczne jako pole wektorowe w przestrzeni jest charakteryzowane indukcją magnetyczną  $\vec{B}$ .
- Na nieruchomy ładunek (dodatni)  $q$  nie działa żadna siła magnetyczna.
- Siła magnetyczna działa, gdy ładunek  $q$  się porusza, zależy od wartości wektora  $\vec{B}$  i wartości wektora prędkości  $\vec{v}$  i jest prostopadła do obu wektorów.
- Gdy wektory  $\vec{B}$  i  $\vec{v}$  są równoległe to siła nie występuje.
- Siła magnetyczna nie jest współliniowa z wektorem  $\vec{B}$ .

# Siła Lorentza – siła działająca na poruszające się ładunki w polu $\vec{B}$

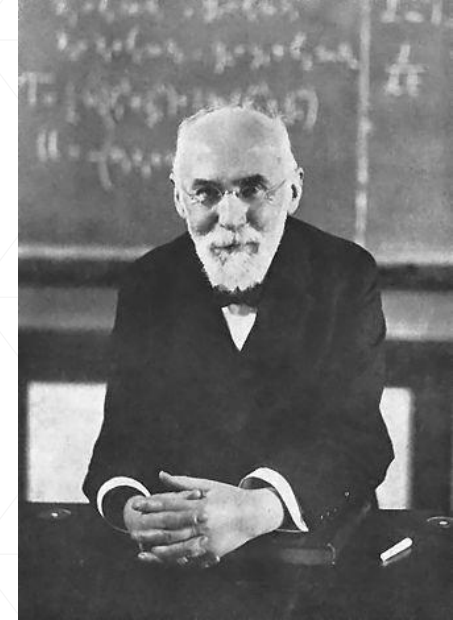
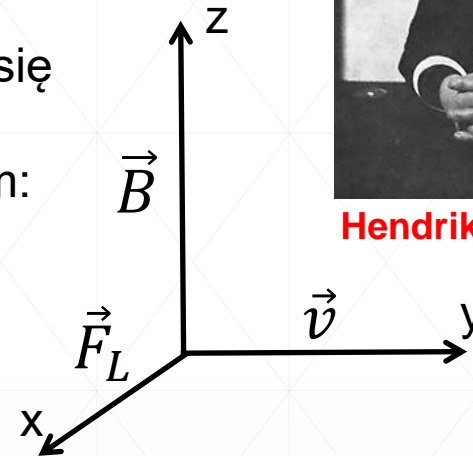
Te wszystkie fakty doświadczalne prowadzą do definicji **siły Lorentza**:

Jeżeli w polu magnetycznym o indukcji  $\vec{B}$  porusza się z prędkością  $\vec{v}$  ładunek o wartości  $+q$  to siła działająca na ten ładunek będzie wyrażona wzorem:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad F_L = qvB \sin \alpha(\vec{v}, \vec{B})$$

Siła Lorentza jako iloczyn wektorowym dwóch wektorów  $\vec{v}, \vec{B}$ :

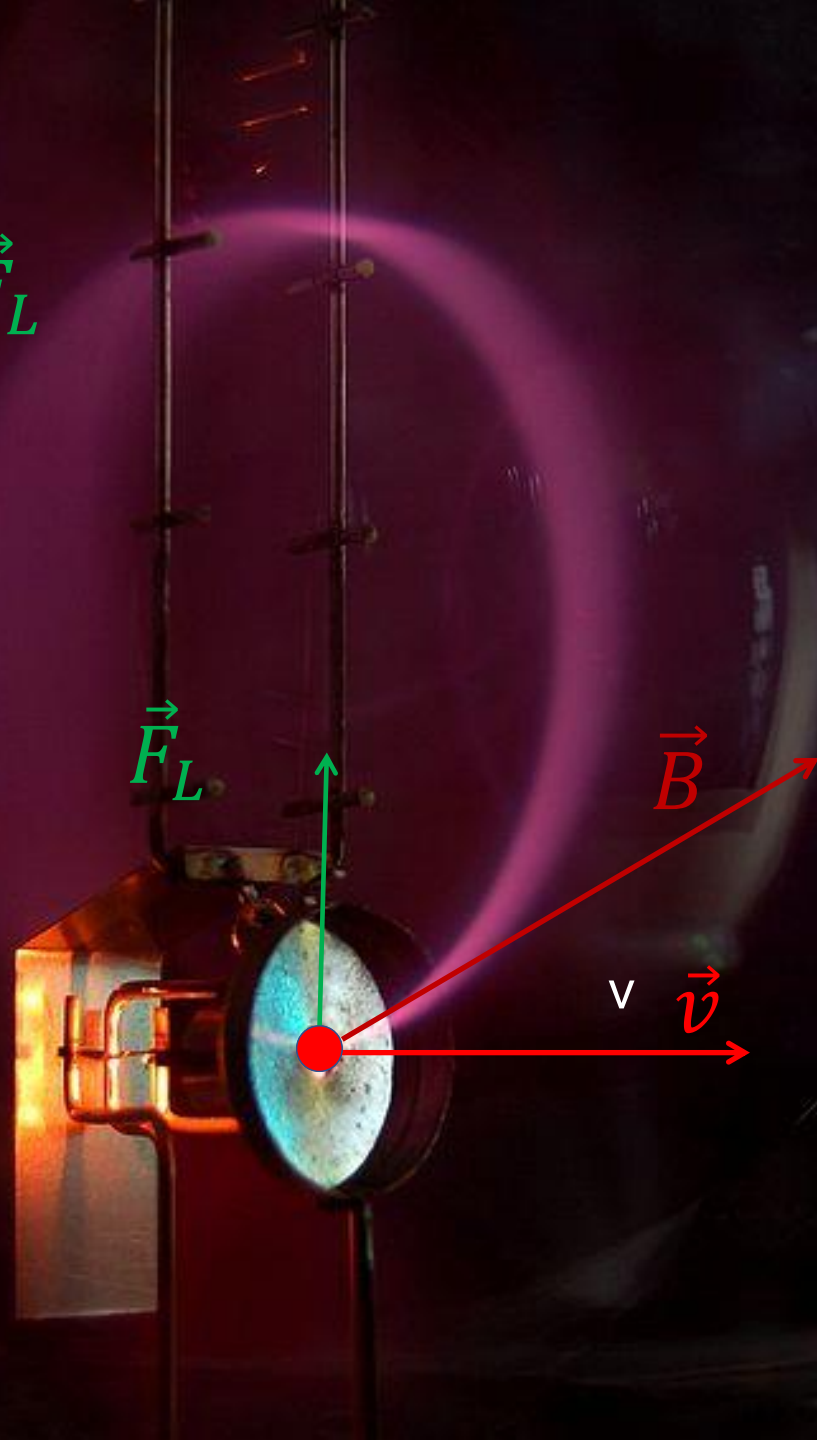
- jest prostopadła do płaszczyzny tworzonej przez wektory:  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$ ,
- zeruje się gdy wektory  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  są wzajemnie równoległe,
- zmienia zwrot przy zmianie znaku wektora ( $\vec{v}$  lub  $\vec{B}$ ).



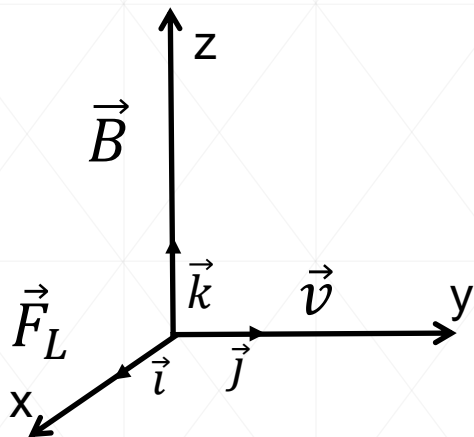
Hendrik Antoon Lorentz

Ponieważ siła Lorentza  $\vec{F}_L$  jest zawsze prostopadła do prędkości  $\vec{v}$  naładowanej cząstki nie może ona spowodować zwiększenia wartości prędkości cząstki. Zmienia za to (zakrzywia) tor ruchu cząstki.

# Siła Lorentza $\vec{F}_L$



# Definicja siły Lorentza



Jeżeli znamy współrzędne obu wektorów  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  to składowe siły Lorentza  $\vec{F}_L$  można obliczyć za pomocą wyznacznika:

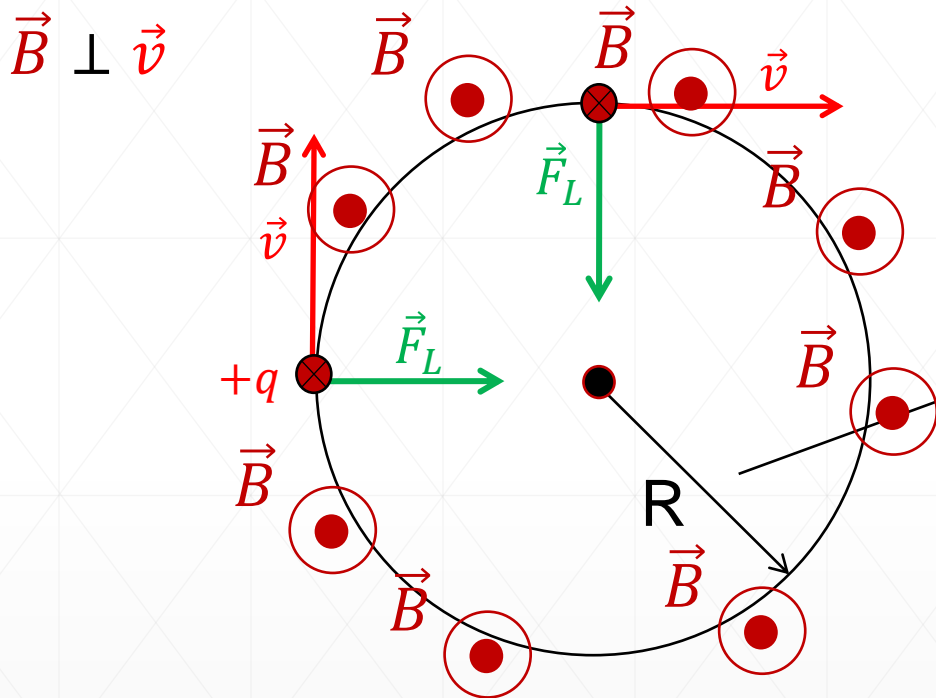
$$\begin{bmatrix} F_{Lx} \\ F_{Ly} \\ F_{Lz} \end{bmatrix} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Np. na rysunku powyżej wektor prędkości  $\vec{v}$  jest równoległy do osi  $0y$ , a wektor indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  jest równoległy do osi  $0z$ , wówczas siły Lorentza  $\vec{F}_L$  będzie równoległa do osi  $0x$ .

$$\begin{bmatrix} F_{Lx} \\ F_{Ly} \\ F_{Lz} \end{bmatrix} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} qv_y B_z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Siła Lorentza jako siła dośrodkowa

Stała siła  $\vec{F}_L$  prostopadła do toru ruchu będzie go jednostajnie zakrzywiać co oznacza, że będzie odgrywała ona rolę siły dośrodkowej  $\vec{F}_D$ :



$$\vec{F}_D = \vec{F}_L$$

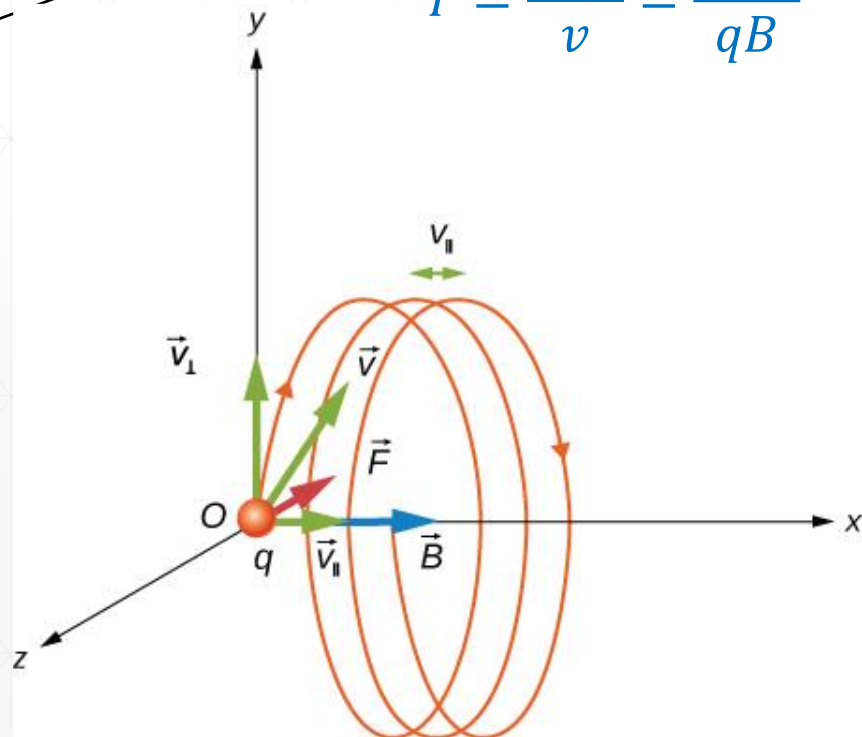
$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Okres obiegu cząstki po okręgu nie zależy od jej prędkości  $\vec{v}$ , ponieważ promień toru (czyli i obwód) jest proporcjonalny do prędkości  $v$ .

$\vec{B} \nparallel \vec{v}$  ruch cząstki odbywa się po spirali



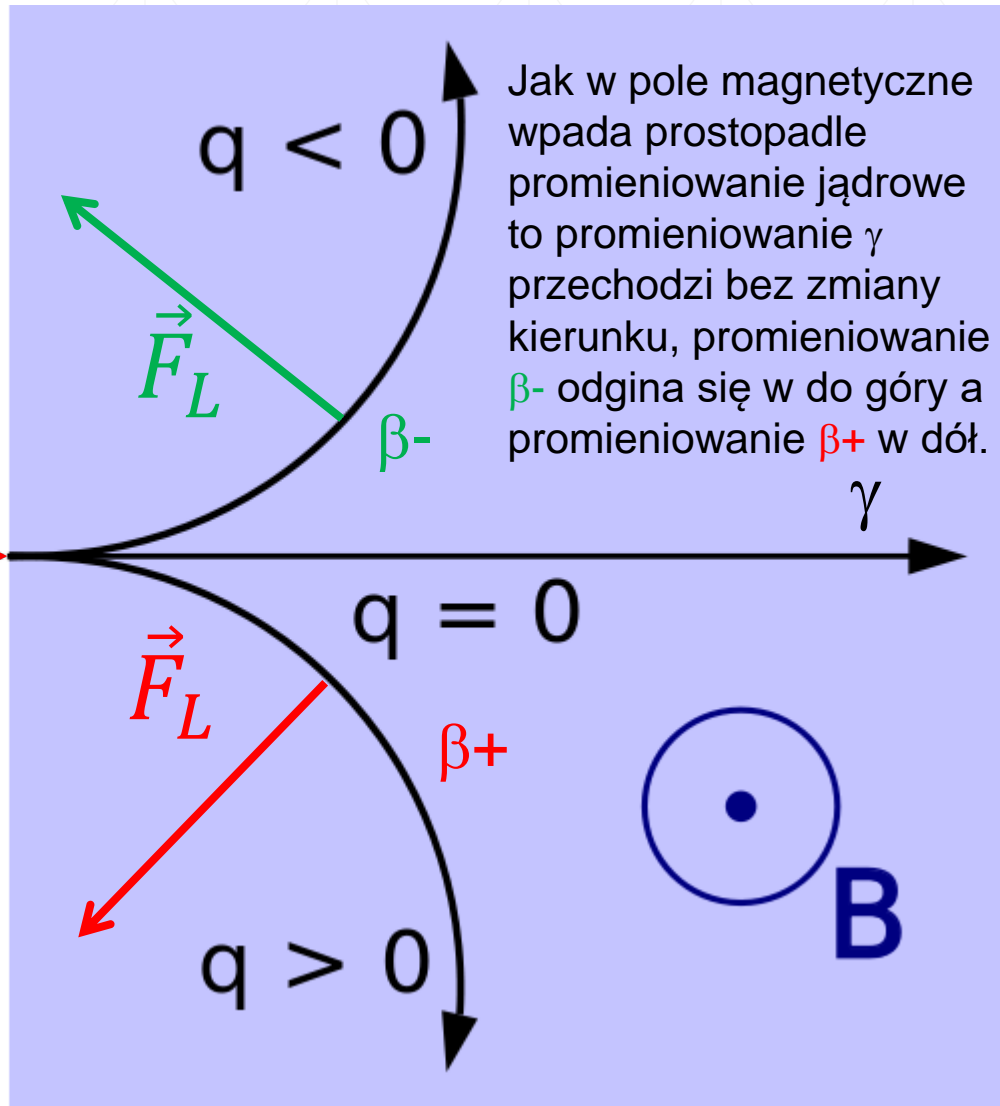
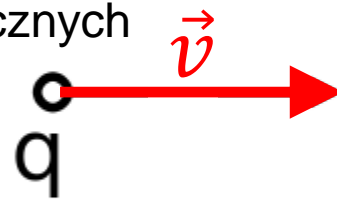
# Siła Lorentza

$$R = \frac{mv}{qB}$$



korpusówka wojsk chemicznych

Jak w pole magnetyczne wpadają cząstki posiadające różnoimienne ładunki wówczas ich tory są zakrzywiane w przeciwnych kierunkach.



Jak w pole magnetyczne wpada prostopadle promieniowanie jądrowe to promieniowanie  $\gamma$  przechodzi bez zmiany kierunku, promieniowanie  $\beta^-$  odgina się w do góry a promieniowanie  $\beta^+$  w dół.



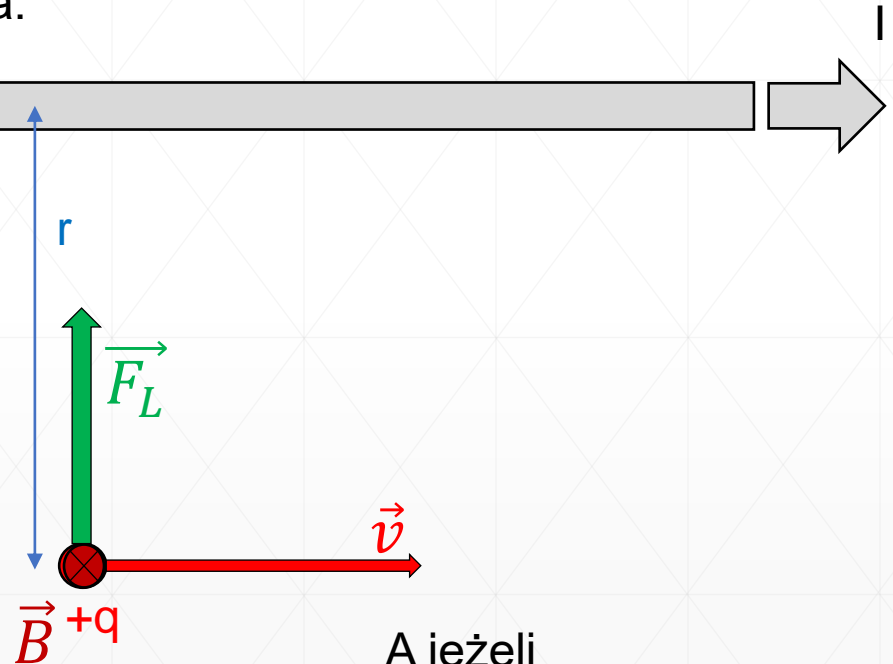
# Jaki kierunek i zwrot ma wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wokół prostoliniowego przewodnika z prądem?

Widok z boku przewodnika

Pokazaliśmy, że na cząstkę dodatnią poruszającą się wzdłuż nieskończonego prostoliniowego przewodnika z prądem  $I$  w kierunku zgodnym z kierunkiem tego prądu działa siła w kierunku przewodnika.

Żeby siła Lorentza była skierowana tak jak na rysunku to indukcja  $\vec{B}$  musi być skierowana prostopadle do powierzchni tego slajdu.

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



A jeżeli popatrzymy na to z prawej strony...

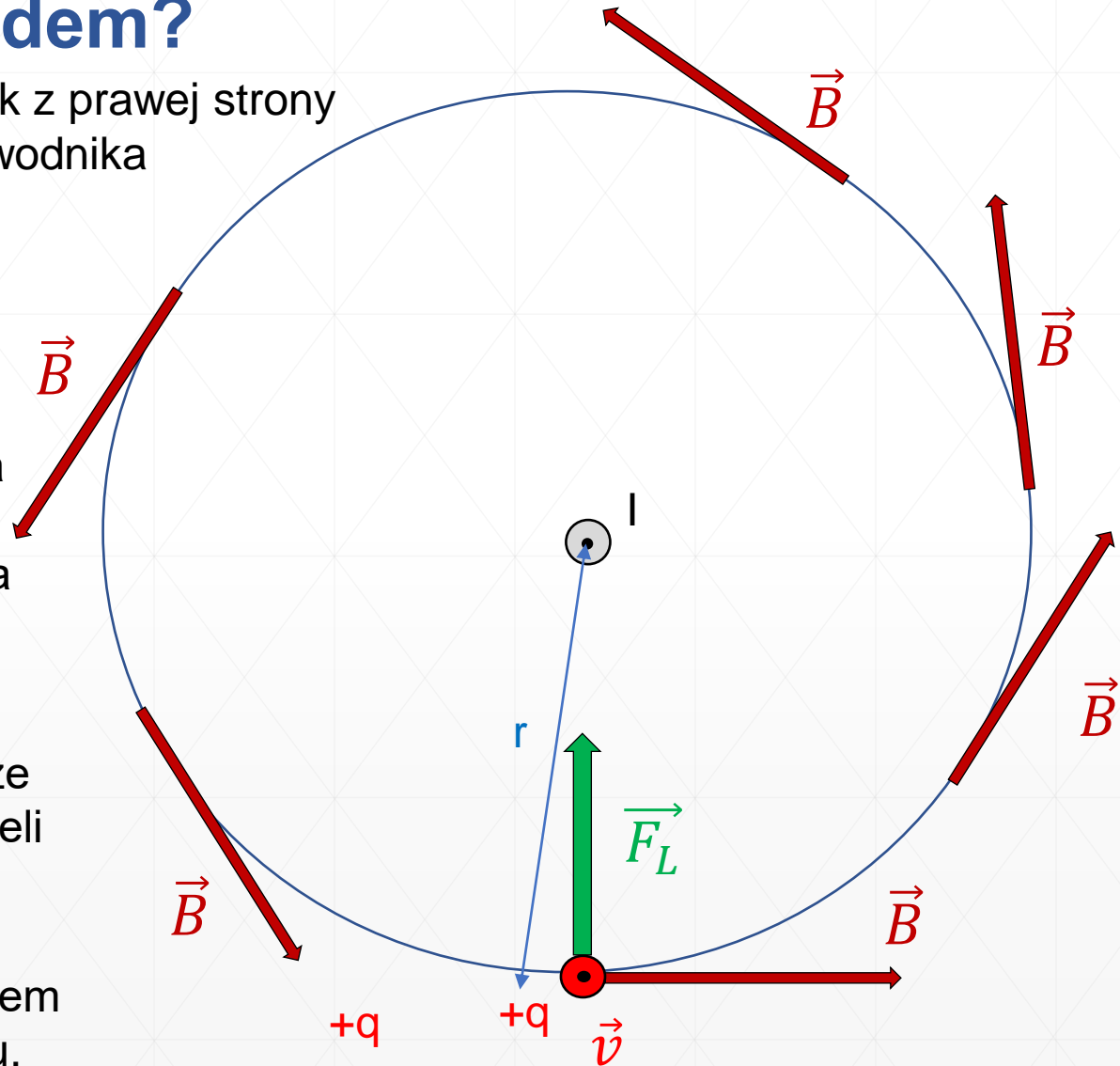


# Jaki kierunek i zwrot ma wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wokół prostoliniowego przewodnika z prądem?

Widok z prawej strony przewodnika

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

W widoku jak na rysunku obok indukcja  $\vec{B}$  musi być skierowana w prawo aby siła Lorentza działała w kierunku przewodnika



Zwrot wektora  $\vec{B}$  określa się także zasadą śruby prawoskrętnej: jeżeli kręcimy śrubą prawoskrętną w kierunku pola  $\vec{B}$  to ruch śruby powinien być tożsamy z kierunkiem prądu płynącego w przewodniku.

# Siła elektrodynamiczna (BIL) - siła magnetyczna

wywierana na przewodnik z prądem w zewnętrznym polu magnetycznym

Prąd  $I$  płynący przez przewodnik jest związany z prędkością unoszenia nośników  $\vec{v}_D$  relacją  $I = nev_D A$

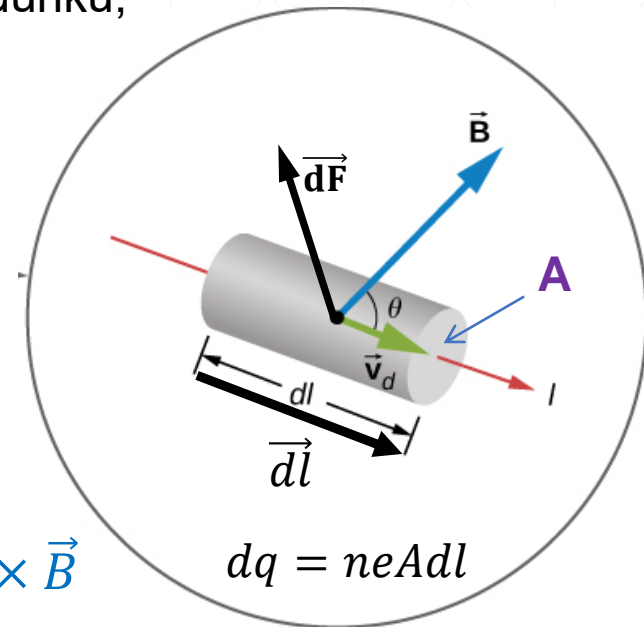
gdzie  $n$  jest koncentracją nośników prądu,  $e$  wartością ładunku,  $A$  polem przekroju przewodnika.

Siła Lorentza działająca na jeden nośnik prądu ma postać:

$$\vec{F}_L = e\vec{v}_D \times \vec{B}$$

Siła  $d\vec{F}$  działająca na fragment przewodu o długości  $dl$  w którym porusza się ładunek  $dq = neAdl$  ma postać:

$$d\vec{F} = neAdl\vec{v}_D \times \vec{B} = nev_D Ad\vec{l} \times \vec{B} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$



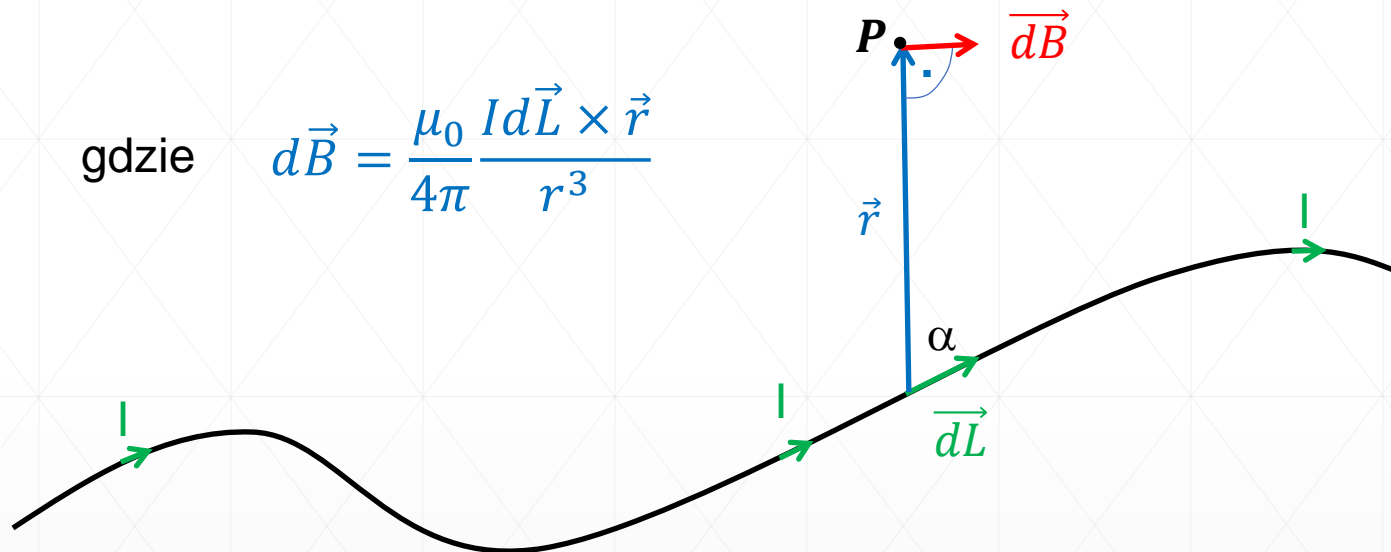
Całkowita siła działająca na przewodnik równa jest sumie (całce) sił  $d\vec{F}$  po całej długości przewodnika. Dla przewodnika prostoliniowego:

$$\vec{F} = \int_0^L d\vec{F} = \int_0^L Id\vec{l} \times \vec{B} = I \int_0^L d\vec{l} \times \vec{B} = I\vec{L} \times \vec{B} \quad \text{jeżeli } \vec{B} \perp \vec{L} \text{ to } F = BIL$$

# Prawo Biota-Savarta

Prawo Biota-Savarta pozwala określić wektor indukcji pola magnetycznego  $\vec{B}$  w dowolnym punkcie przestrzeni  $P$  wytwarzanego przez przewód z prądem o skończonej długości  $L$  jako sumę (całkę) przyczynków do indukcji pola  $d\vec{B}$  utworzonych przez prąd płynący w elemencie przewodnika  $d\vec{L}$  odległym o  $r$  od  $P$ :

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} \quad \text{gdzie} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{L} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$



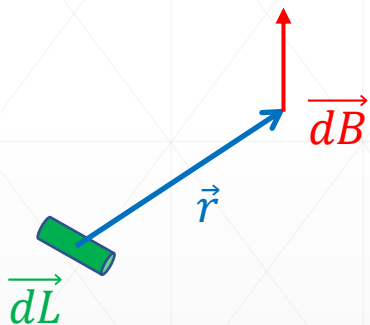
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dL \cdot r \sin \alpha(\vec{r}, d\vec{L})}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL \sin \alpha$$

Przyczynek indukcji pola magnetycznego  $d\vec{B}$  jest wprost proporcjonalny do natężenia prądu  $I$  i odwrotnie proporcjonalny do kwadratu odległości elementu  $d\vec{L}$  od punktu w którym wyznaczmy pole.

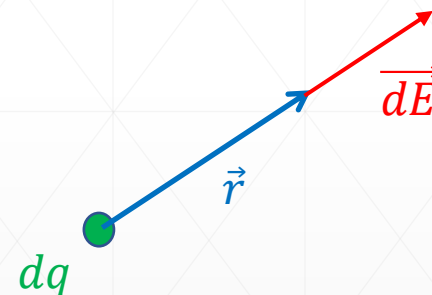
# Prawo Biota-Savarta

Prawo Coulomba mówi o tym **jakie pole elektryczne  $\vec{dE}$  jest wytwarzane przez ładunek punktowy  $dq$**  a prawo B-S mówi **jakie pole magnetyczne  $\vec{dB}$  jest wytwarzane przez bardzo krótki element  $d\vec{L}$  przewodnika z prądem.**

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \cdot \vec{r}}{r^3}$$

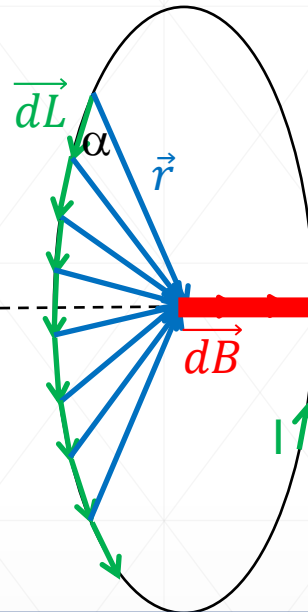


Oba prawa: B-S oraz Coulomba są prawdziwe dla źródeł punktowych. Aby otrzymać natężenie pola elektrycznego od rozkładu ładunków lub indukcję magnetyczną od rozkładu prądów należy wkłady do pola całkowitego:  $\vec{dB}$  czy  $\vec{dE}$  posumować czyli scałkować po całym obszarze występowania ładunków lub prądów.

# Prawo B-S – przykład zastosowania – przewodnik kołowy z prądem

Aby, korzystając z prawa **Coulomba**, obliczyć natężenie pola elektrycznego od dowolnego rozkładu ładunku musimy całkować.

Podobnie jest tu z prawem **B-S**, gdy chcemy wyznaczyć pole magnetyczne od dowolnego rozkładu przewodników.



Kąty  $\alpha$  pomiędzy wektorami  $\vec{r}$  oraz każdym elementem  $d\vec{L}$  są stałe i wynoszą  $90^\circ$ .

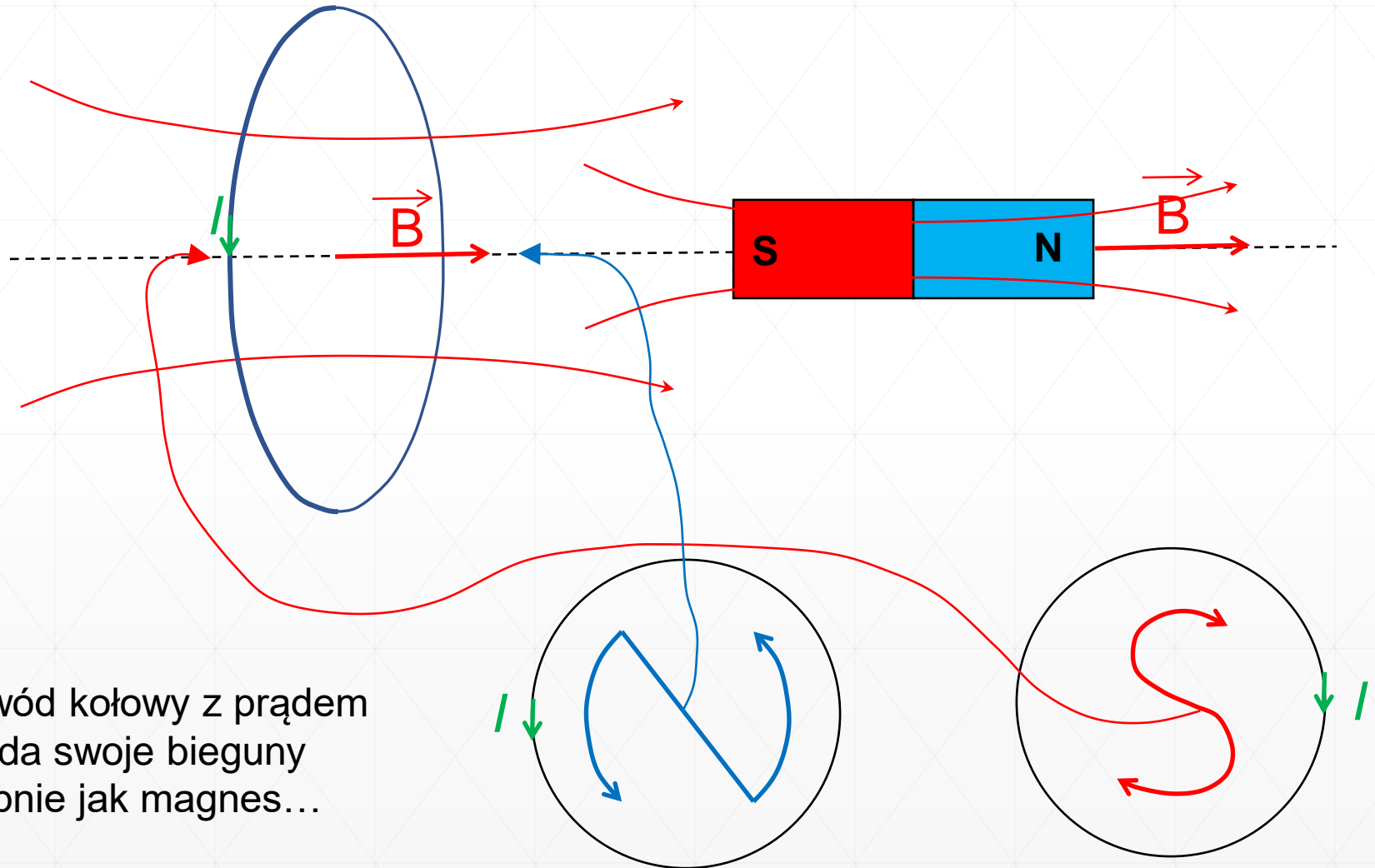
Od każdego fragmentu obwodu kołowego tworzy się małe pole  $d\vec{B}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL \sin \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL$$

Wektory  $d\vec{B}$  pochodzące od każdego elementu  $d\vec{L}$  na obwodzie mają ten sam kierunek i zwrot – czyli sumują się jak skalary w wektor  $\vec{B}$ .

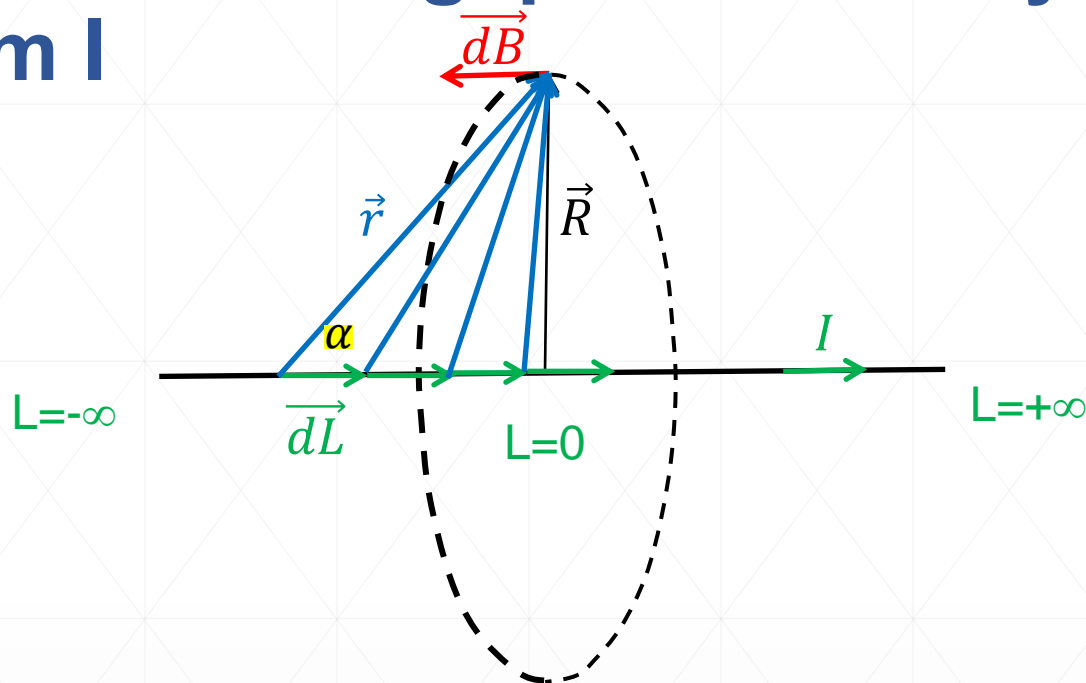
$$\vec{B} = \int_{L=0}^{L=2\pi r} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \int_{L=0}^{L=2\pi r} dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

# Przewodnik kołowy z prądem – analogia do magnesu sztabkowego



Przewód kołowy z prądem posiada swoje bieguny podobnie jak magnes...

# Prawo B-S – przykład zastosowania – nieskończenie długi prostoliniowy przewodnik z prądem I



Również tu wszystkie wektory  $\vec{dB}$  są skierowane tak samo i mają taki sam zwrot więc przy całkowaniu traktujemy je jako skalary

$$B = \int dB = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \sin \alpha dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \alpha dL}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Tu niestety sprawa jest bardziej skomplikowana niż przy pętli z prądem. Tu zmienia w trakcie całkowania kąt  $\alpha$ , promień  $\vec{r}$  oraz wektory  $\vec{dL}$ .



# Podsumowanie

- Pole magnetyczne jako poprawka relatywistyczna do pola elektrycznego,
- Wektor indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ ,
- Działanie siły Lorentza na poruszające się ładunki
- Prawo Biota-Savarta - wyznaczanie indukcji  $\vec{B}$



**Dziękuję za uwagę**