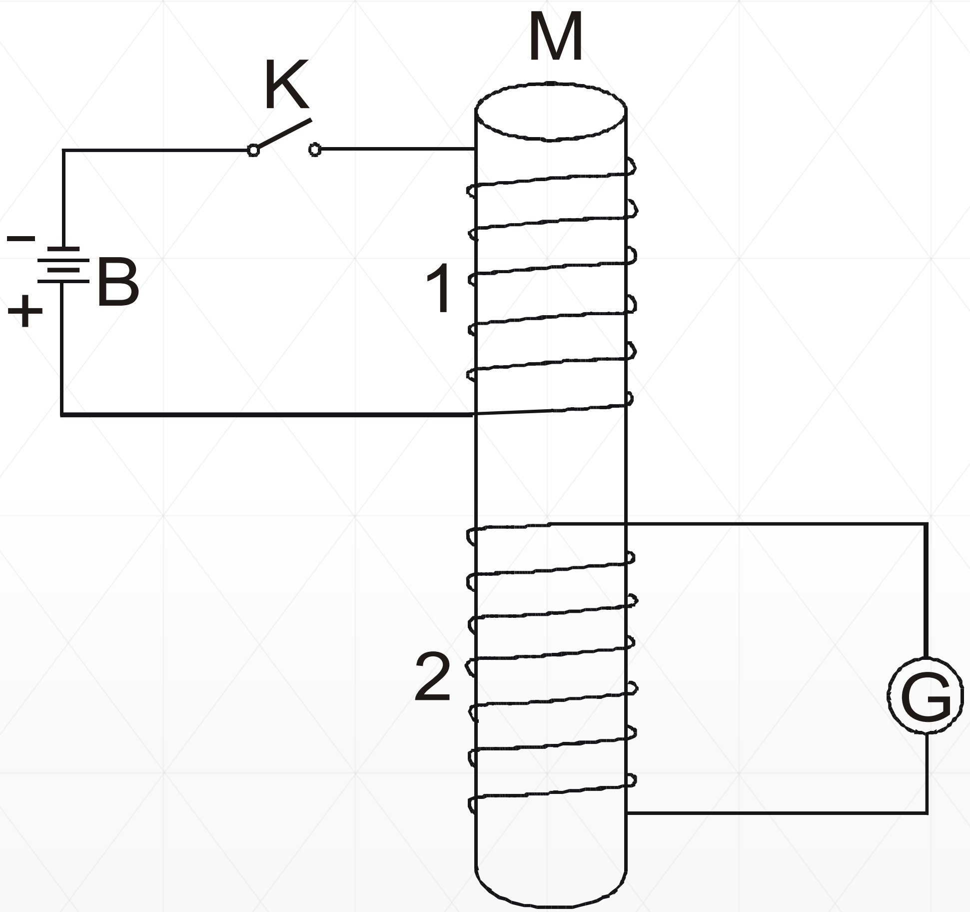
Proszę o uwagę

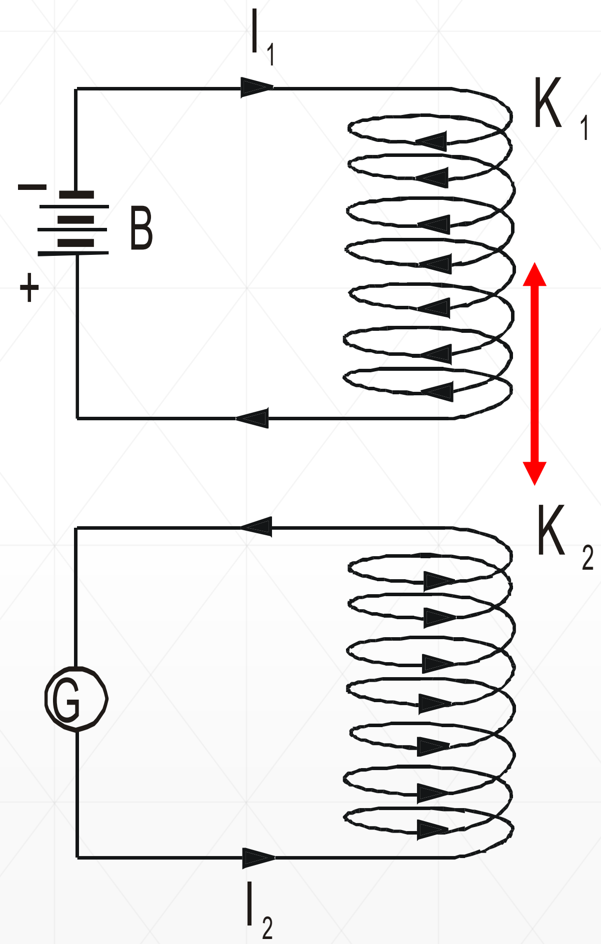
20. Indukcja elektromagnetyczna

- indukcja elektromagnetyczna,
- prawo Faradaya i reguła Lenza,
- indukcja wzajemna i indukcja własna,
- prądy wirowe,
- energia pola magnetycznego,
- uogólnione prawo Ampera - prąd przesunięcia,
- równania Maxwella.

- Czy pole magnetyczne powoduje powstanie pola elektrycznego?

Doświadczenie Faraday'a

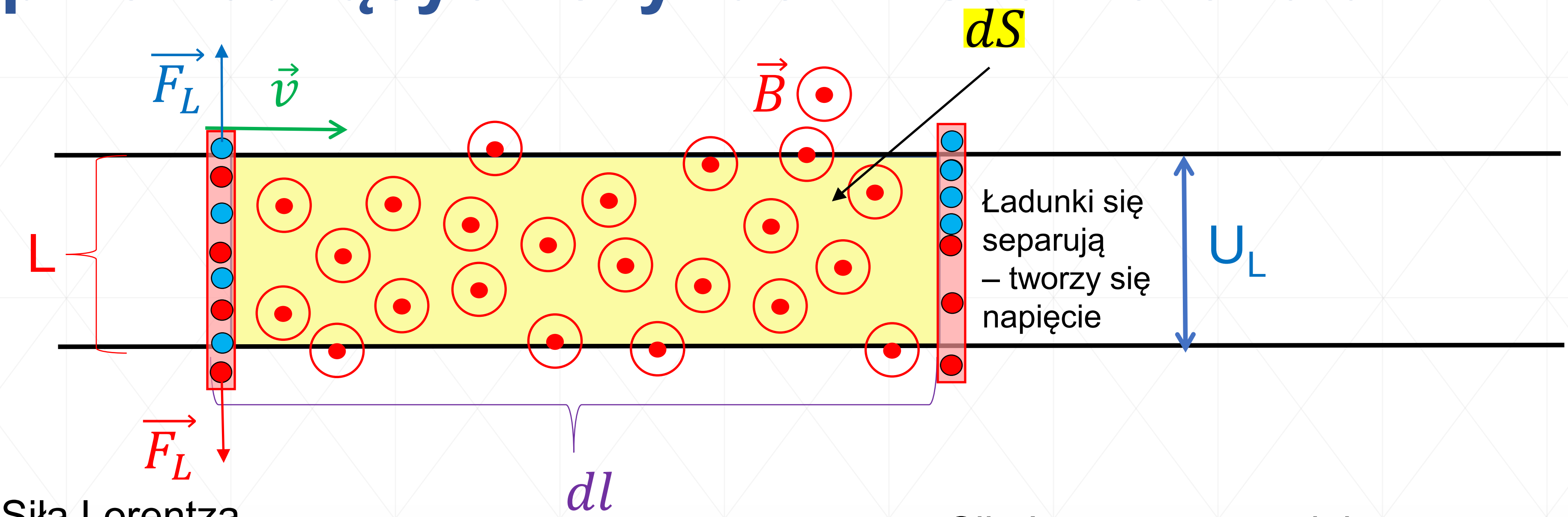




Zamknięcie lub otwarcie klucza K powoduje przepływ prądu w obwodzie 2

Na skutek poruszania cewką K_1 w cewce K_2 indukuje się prąd

Przewodząca poprzeczka na dwóch przewodzących szynach – siła Lorentza



Siła Lorentza działająca na elektrony w poprzeczce:

$$F_L = evB$$

$$F_L = evB = \frac{U_L}{L}e$$

Siła Lorentza powoduje przesunięcie elektronów i wytworzeniu napięcia U_L, które równoważy siłę Lorentza.

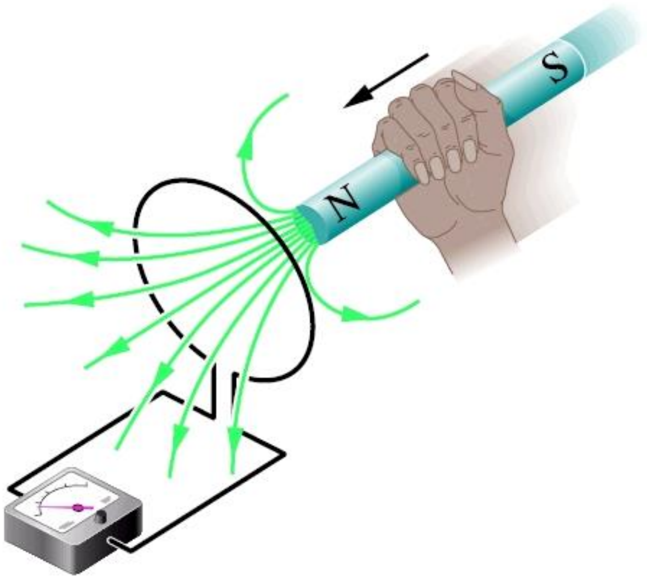
Stąd napięcie ma wartość:

$$U_L = \frac{LF_L}{e} = LvB = L\frac{dl}{dt}B = B\frac{Ldl}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

W końcowym efekcie otrzymujemy wzór, który wyznacza napięcie powstające pomiędzy szynami jako pochodną czasową strumienia pola magnetycznego

Prawo indukcji Faraday'a

Siła elektromotoryczna indukcji równa się szybkości zmiany strumienia indukcji magnetycznej



$$SEM = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

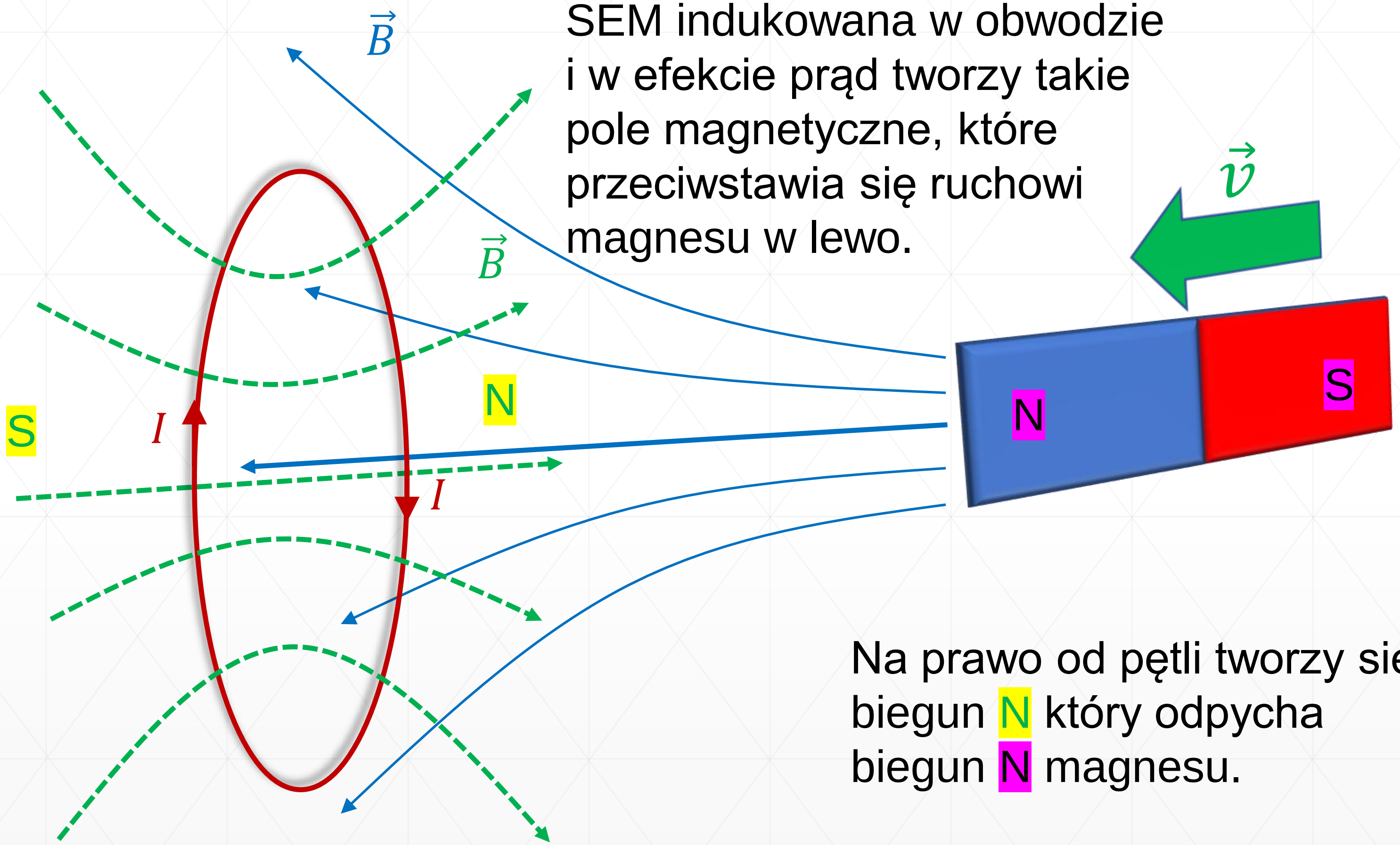
Cyrkulacja wektora natężenia pola elektrycznego wzdłuż dowolnej krzywej zamkniętej równa się szybkości zmian strumienia pola magnetycznego obejmowanego przez tę krzywą

Reguła Lenza

$$SEM = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- prąd indukowany w obwodzie ma zawsze taki kierunek, że wytworzony przezeń strumień magnetyczny przez powierzchnię ograniczoną przez ten obwód **przeciwdziała zmianom strumienia**, które wywołały pojawienie się prądu indukowanego
- reguła Lenza jest konsekwencją zasady zachowania energii
- pole elektryczne wywołane zmianami indukcji magnetycznej powstaje niezależnie czy w polu są przewodniki czy nie
- pole elektryczne wywołane przez zmiany strumienia nie jest polem zachowawczym – jest polem wirowym

Kierunek indukowanego napięcia (prądu) w obwodzie

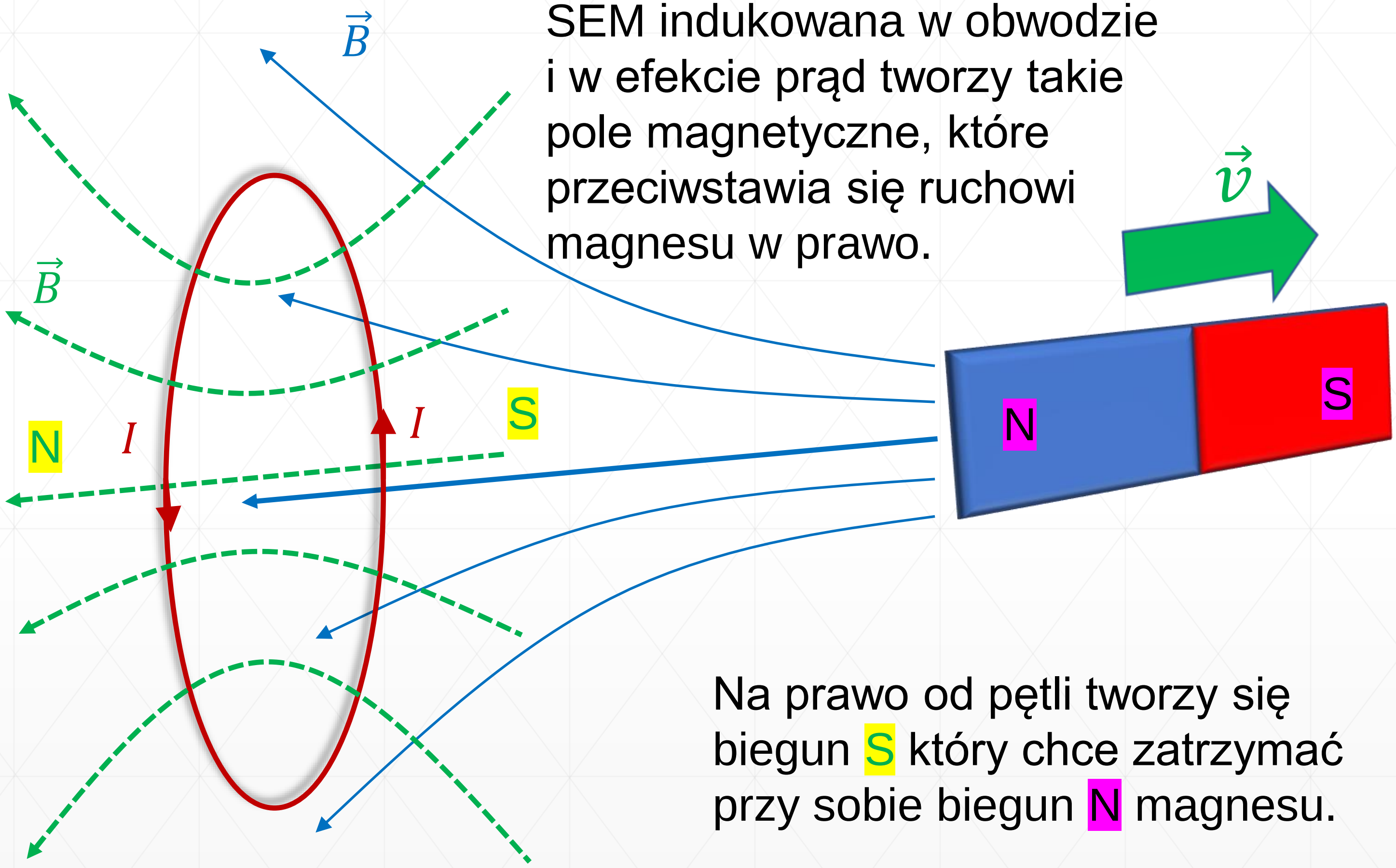


SEM indukowana w obwodzie i w efekcie prąd tworzy takie pole magnetyczne, które przeciwstawia się ruchowi magnesu w lewo.

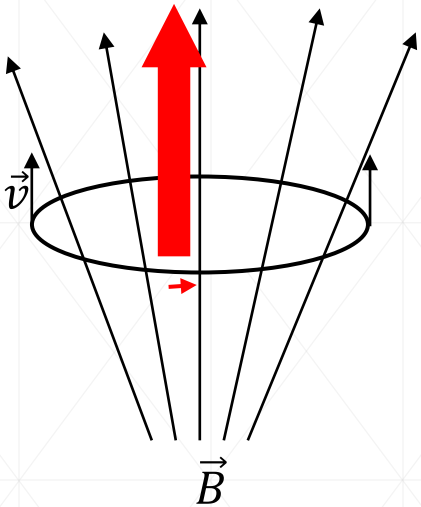
Na prawo od pętli tworzy się biegun N który odpycha biegun N magnesu.

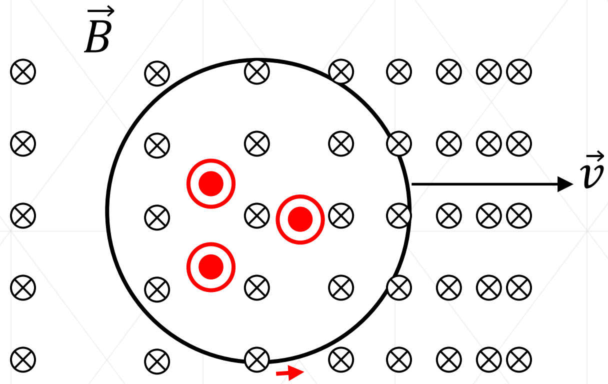
Kierunek indukowanego napięcia (prądu) w obwodzie

SEM indukowana w obwodzie i w efekcie prąd tworzy takie pole magnetyczne, które przeciwstawia się ruchowi magnesu w prawo.

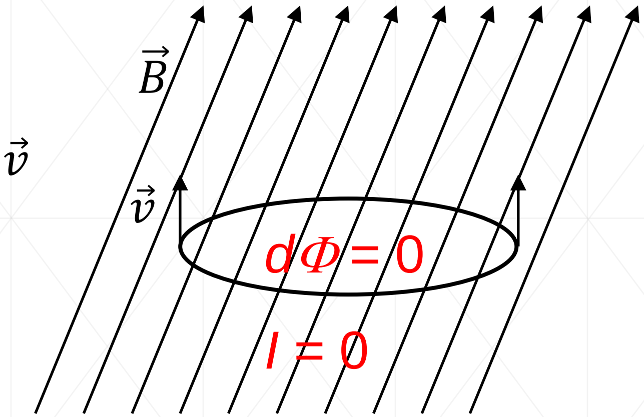


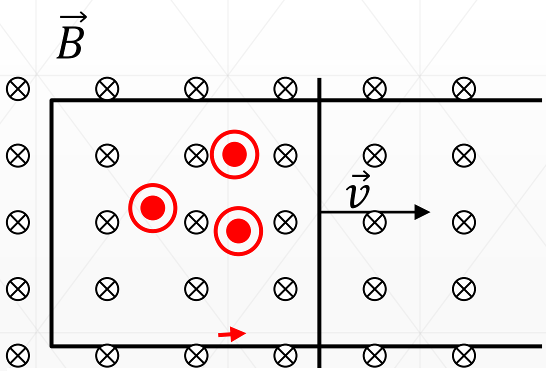
Na prawo od pętli tworzy się biegun S który chce zatrzymać przy sobie biegun N magnesu.



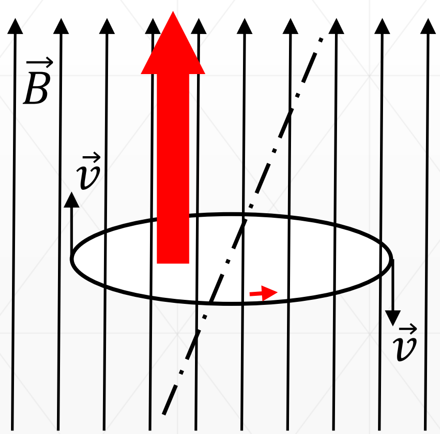


⊗ pole skierowane za kartkę

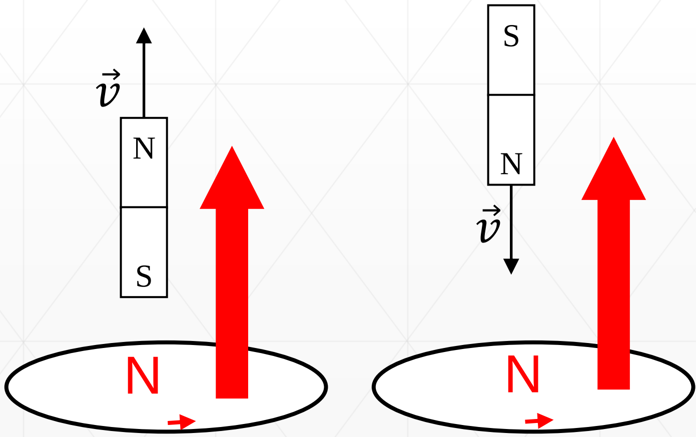




pręt porusza się po szynach
w jednorodnym polu



Obrót pętli o 90°
w jednorodnym polu

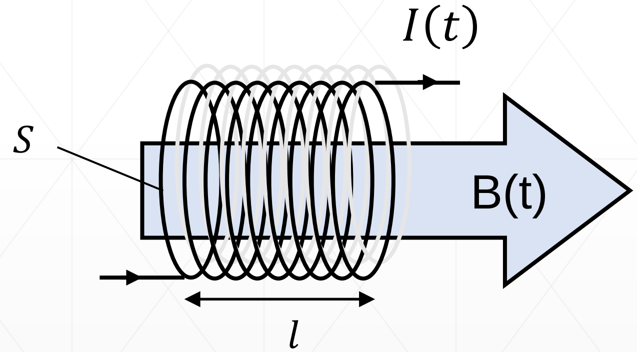


Magnes porusza się
względem obwodu

Indukcja własna

- samoindukcja – indukcja siły elektromotorycznej w obwodzie przez płynący w nim prąd zmienny
- w solenoidzie o *N* zwojach, powierzchni *S* i długości *l* płynący zmienny prąd *I* wytwarza *SEM*

$$n = \frac{N}{l}$$



$$B = \mu_o \mu_r n I$$

$$\Phi_B = NBS$$

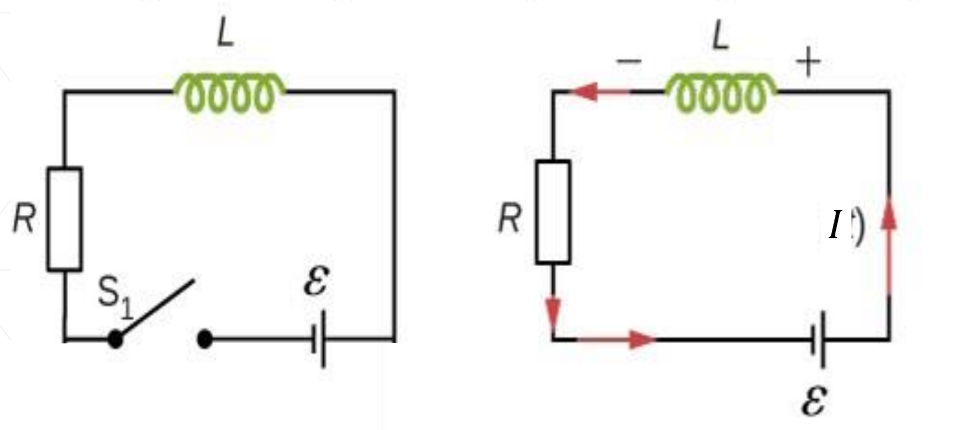
$$\Phi_B = \mu_o \mu_r \frac{N^2 I}{l} S$$

$$SEM = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l} S \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l} S$$

gdzie *L* nazywa się indukcyjnością solenoidu [H (henr) = Vs/A] i zależy od jego kształtu, rozmiarów i własności magnetycznych ośrodka

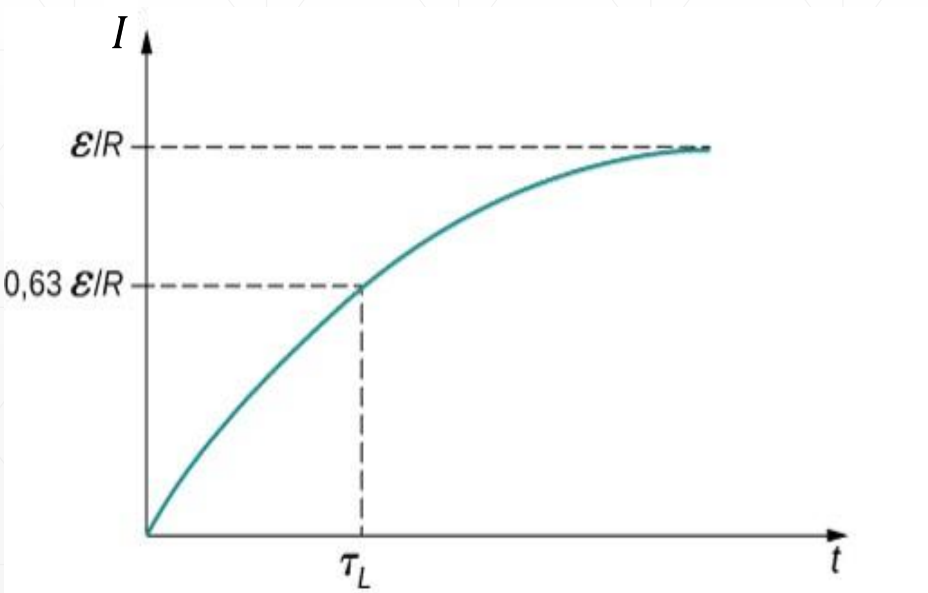
Obwody RL



Na mocy prawa Kirchoffa mamy: $$\mathcal{E} + SEM - IR = \mathcal{E} - L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} - IR = 0$$

którego rozwiązaniem jest: $$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

gdzie $$\boxed{\tau = L/R}$$

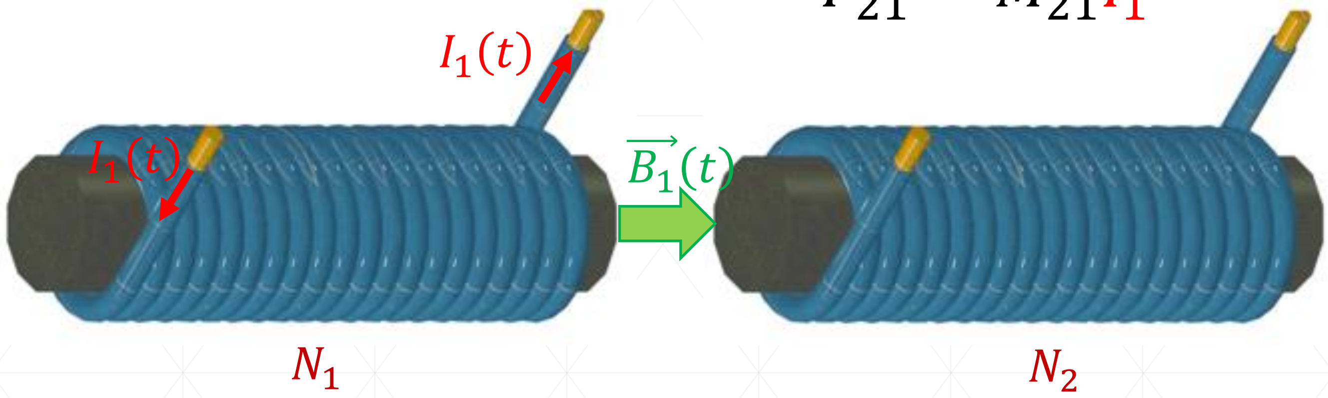


W. Moebs, S. J. Ling, J. Sanny, Fizyka dla szkół wyższych, t.2, openstax, Polska, 2018

Po zamknięciu klucza S_1 prąd $I(t)$ początkowo jest równy zero, a następnie rośnie asymptotycznie do wartości końcowej $I = \mathcal{E}/R$

Indukcja wzajemna

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1$$



- Jeśli siła elektromotoryczna indukcji wzbudzona jest w przewodniku, który znajduje się w zmiennym polu magnetycznym wytworzonym przez inny przewodnik, to mówimy o indukcji wzajemnej

$$SEM_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

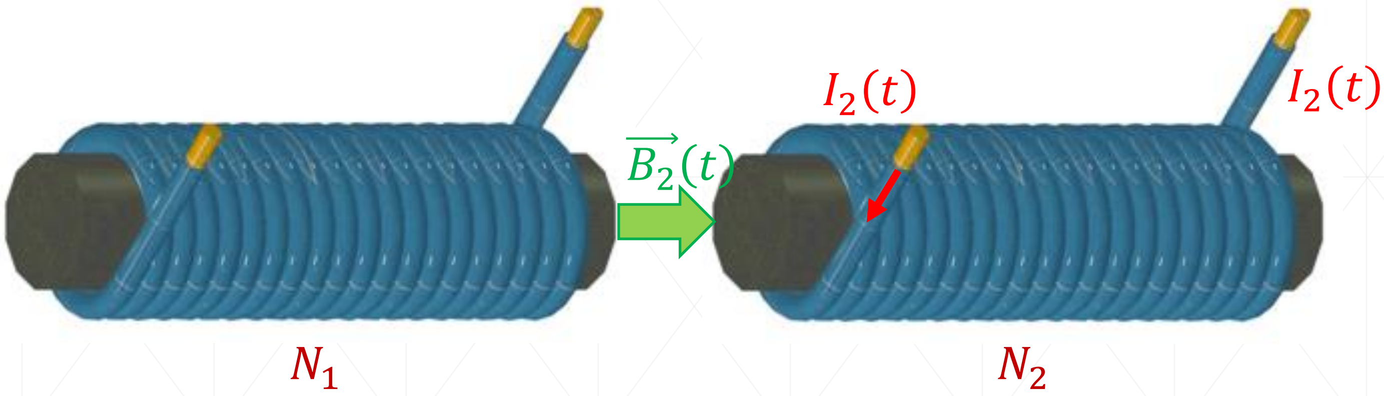
- M_{12} ; M_{21} są współczynnikami indukcji wzajemnej

$$SEM_{21} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad SEM_{12} = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

- $M_{12}<(L_1L_2)^{1/2}$, gdyż linie sił pola ulegają rozproszeniu – nie występuje doskonałe sprzężenie między obwodami

Indukcja wzajemna

Oba współczynniki M_{12} i M_{21} zależą od: rozmiarów geometrycznych cewek, wzajemnej odległości pomiędzy obwodami, wzajemnego ukierunkowania tych cewek i liczby zwojów N_1 i N_2 tych cewek.



Jednostką indukcyjności wzajemnej w układzie SI jest 1 henr (1 H):

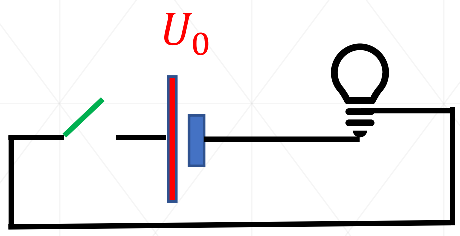
$$[\mathrm{H}] = \left[\frac{\mathrm{T\,m^2}}{\mathrm{A}}\right] = \left[\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{A\,m\,A}}\right] = \left[\frac{\mathrm{N\,m}}{\mathrm{A^2}}\right] = \left[\frac{\mathrm{J\,s}}{\mathrm{A\,s\,A}}\right] = \left[\frac{\mathrm{J\,s}}{\mathrm{C\,A}}\right] = \left[\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A}}\right]$$

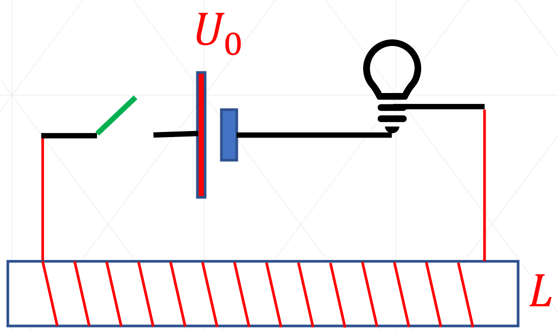
Indukcyjność wzajemna jest równa 1 H jeżeli prąd 1 A płynący w obwodzie pierwszym generuje w obwodzie drugim strumień indukcji pola magnetycznego równy 1 T m^2.

Można udowodnić, że w przypadku ośrodka jednorodnego i nieferromagnetycznego indukcje wzajemne obu obwodów są sobie równe i są oznaczane $M = M_{12} = M_{21}$

Skutki działania samoindukcji

Załóżmy, że mamy dwa proste obwody zasilane stałym napięciem.
Lewy składa się ze źródła zasilania i żarówki, a prawy ze źródła zasilania, żarówki i cewki o indukcyjności L.

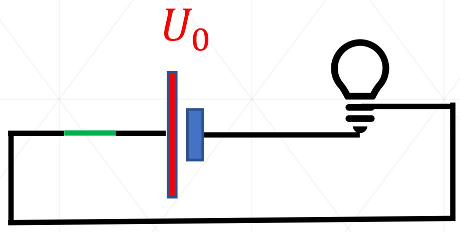


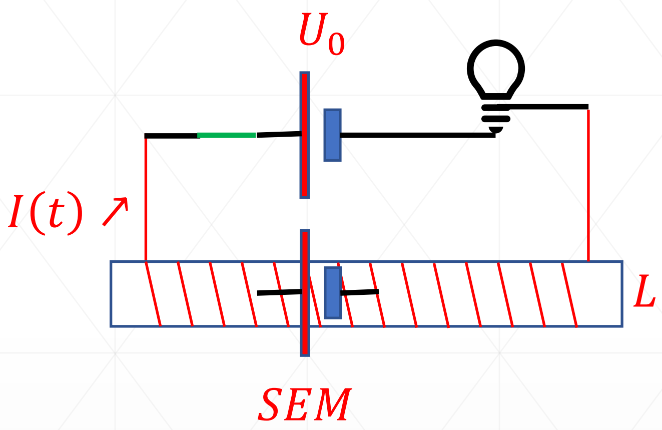


Co się stanie gdy włączymy zasilanie do obwodów?

Skutki działania samoindukcji

Po włączeniu zasilania żarówka w układzie lewym rozświetla się od razu pełnym światłem natomiast żarówka w układzie prawym rozświetla się powoli. Im jest większa indukcyjność cewki tym proces rozświetlenia trwa dłużej.

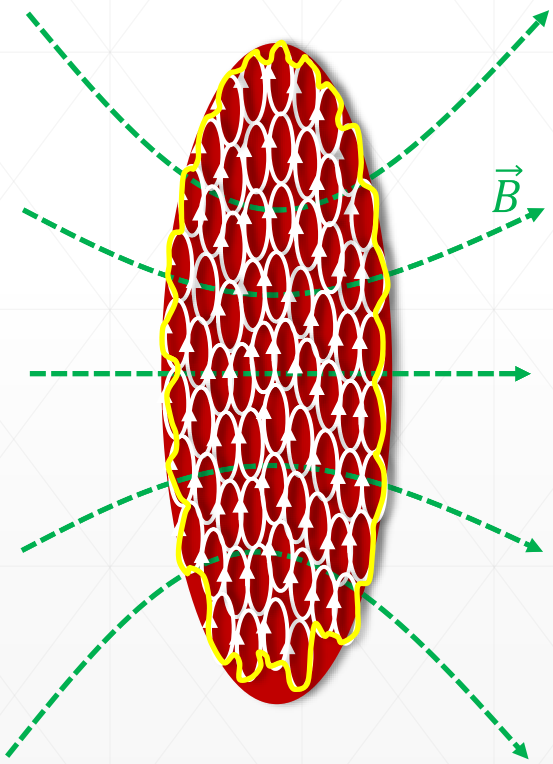




Dzieje się tak ponieważ po włączeniu zasilania prąd wzrasta. Cewka się temu przeciwstawia i generuje SEM, które się odejmuje od napięcia zasilania U_0. W efekcie tego na żarówkę działa efektywnie różnica napięcia $U_0 - SEM$. Im bardziej prąd się stabilizuje tym ta różnica jest większa (bo zmniejsza się SEM) i żarówka w efekcie końcowym dochodzi do rozświetlenia właściwego – takiego jak w przypadku żarówki lewej.

Przykłady: prądy wirowe

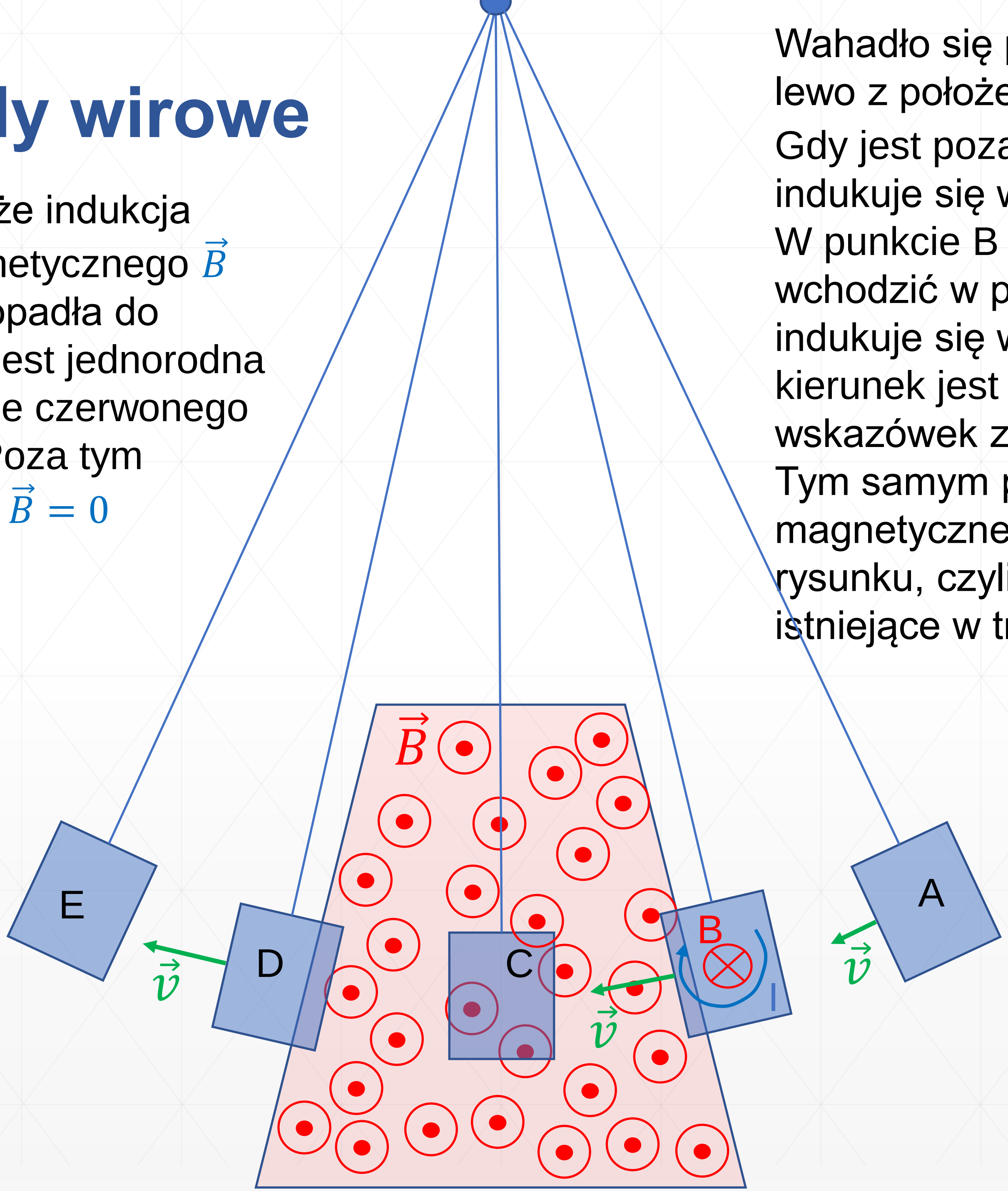
Prądy wytwarzane w ośrodkach przewodzących, które zgodnie z regułą Lenza przeciwstawiają się przyczynie, dzięki której są wytwarzane.



Prądy wirowe

Załóżmy, że indukcja pola magnetycznego $\vec{B}$ jest prostopadła do rysunku i jest jednorodna w obszarze czerwonego trapezu. Poza tym obszarem $\vec{B} = 0$

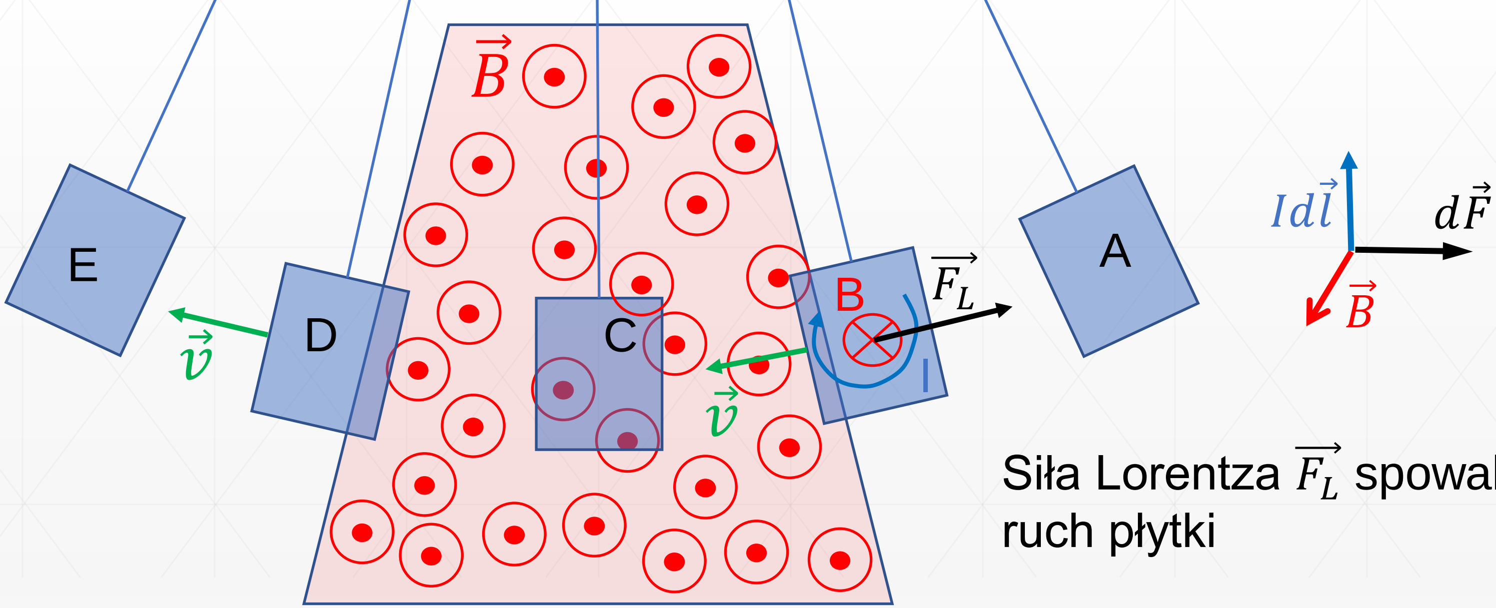
Wahadło się porusza z prawa na lewo z położenia A do B.
Gdy jest poza polem $\vec{B}$ nie indukuje się w nim nic.
W punkcie B gdy tarcza zaczyna wchodzić w pole magnetyczne indukuje się w nim prąd którego kierunek jest zgodny z ruchem wskazówek zegara.
Tym samym powstaje także pole magnetyczne skierowane w głąb rysunku, czyli OSŁABIA pole istniejące w trapezie!



Prądy wirowe

Załóżmy, że indukcja pola magnetycznego $\vec{B}$ jest prostopadła do rysunku i jest jednorodna w obszarze czerwonego trapezu. Poza tym obszarem $\vec{B} = 0$

Wahadło się porusza z prawa na lewo z położenia A do B.
Gdy jest poza polem $\vec{B}$ nie indukuje się w nim nic.
W punkcie B gdy tarcza zaczyna wchodzić w pole magnetyczne indukuje się w nim prąd którego kierunek jest zgodny z ruchem wskazówek zegara.
Tym samym powstaje także pole magnetyczne skierowane w głąb rysunku, czyli OSŁABIA pole istniejące w trapezie!

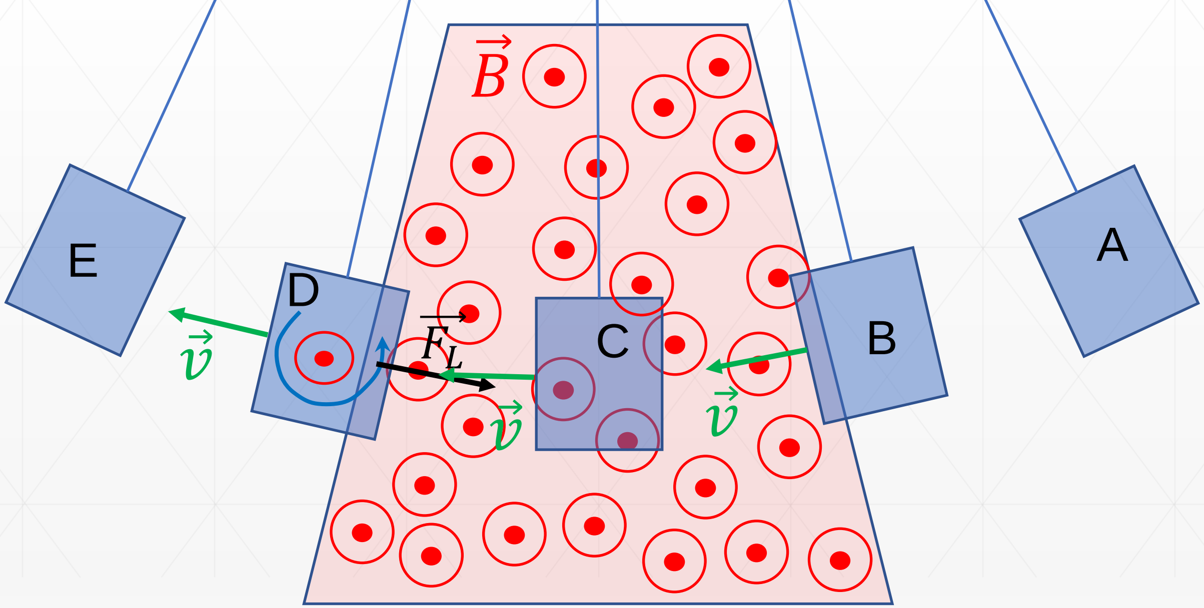


Siła Lorentza $\overrightarrow{F_L}$ spowalnia ruch płytki

Prądy wirowe

Jak płytka znajdzie się całkowicie w obszarze jednorodnego pola $\vec{B}$ nie indukują się w niej prądy wirowe i nie działa na nią żadna dodatkowa hamująca siła.

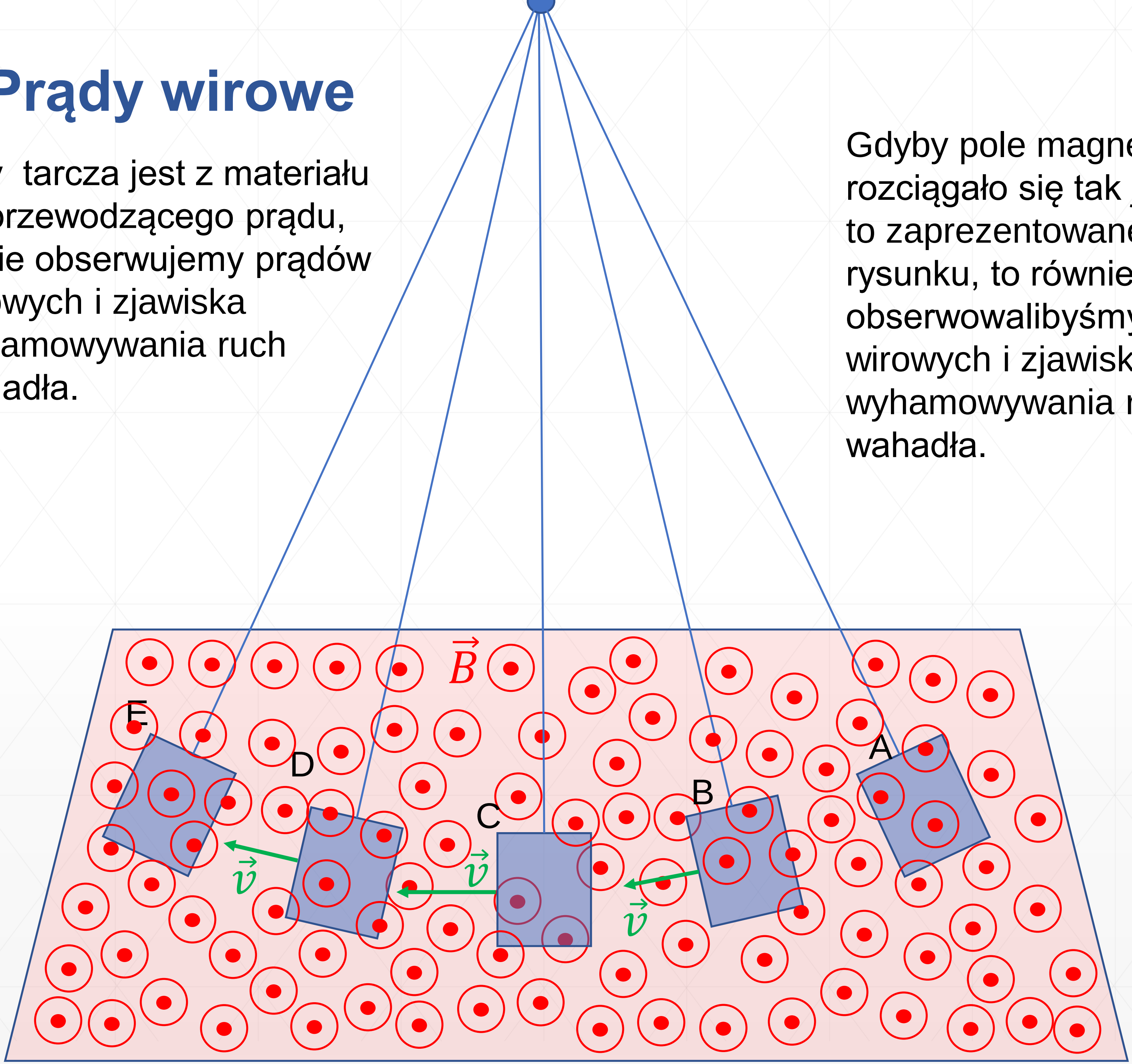
Gdy płytka wychodzi z pola magnetycznego $\vec{B}$ wówczas indukuje się prąd przeciwny do ruchu wskazówek zegara. Wytwarza on pole, które wspomaga pole zewnętrzne. Jest to zrozumiałe bo pole zewnętrzne „maleje” i reguła Lenza wymusza jego wzmacnianie. Prąd ten daje nam siłę Lorentza która działa w prawo czyli spowalnia ruch płytki.



Prądy wirowe

Gdy tarcza jest z materiału nieprzewodzącego prądu, to nie obserwujemy prądów wirowych i zjawiska wyhamowywania ruch wahadła.

Gdyby pole magnetyczne rozciągało się tak jak jest to zaprezentowane na rysunku, to również nie obserwowalibyśmy prądów wirowych i zjawiska wyhamowywania ruch wahadła.



Prądy wirowe - zastosowania

Prądy wirowe (indukowane zmiennym polem magnetycznym) są stosowane w hamulcach magnetycznych np. w rowerach stacjonarnych czy rolercoasterach.

Prądy wirowe są prądami indukowanymi w piecach indukcyjnych. W takich piecach albo tygiel musi być z materiału przewodzącego albo materiał ogrzewany taki być musi.

Prądy wirowe pozwalają oddzielić metalowe śmieci od niemetalowych.

Prądy wirowe są częściowo wykorzystywane w kuchenkach indukcyjnych.

Energia pola magnetycznego

Wcześniej w ramach wykładu o polu elektrycznym zostało pokazane, że pole elektryczne zawiera w sobie energię. Wystarczy, że w przestrzeni jest niezerowy wektor natężenia pola elektrycznego $\vec{E}$ to gęstość energii tego pola wynosi:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ dla próżni

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_r \varepsilon_0 E^2$$ dla ośrodka materialnego o przenikalności ε_r

Analogicznie w przypadku istnienia w przestrzeni indukcji pola magnetycznego $\vec{B}$ jest tam zgromadzona energia pola magnetycznego o gęstości:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$ dla próżni

$$u_B = \frac{1}{2\mu_r \mu_0} B^2$$ dla ośrodka materialnego o przenikalności μ_r

Energia pola magnetycznego zgromadzona w cewce o indukcyjności *L*

W cewce wypełnionej powietrzem pole magnetyczne o indukcji $\vec{B}$ gromadzi się właściwie w jej wnętrzu, więc całkowita energię zgromadzoną w tej cewce wynosi:

$$E_p = V u_B = Sl\frac{1}{2\mu_0}B^2 = Sl\frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 IN}{l}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 S N^2}{l}I^2$$

gdzie:
V – objętość cewki,
S – pole powierzchni poprzecznej cewki,
l – długość cewki,
N – ilość zwojów cewki,
I – prąd płynący w cewce.

wcześniej oznaczyliśmy: $\frac{\mu_0 S N^2}{l} = L$ stąd: $E_p = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 S N^2}{l}I^2 = \frac{1}{2}LI^2$

Analogia pomiędzy energią zgromadzoną w cewce o indukcyjności *L* i w kondensatorze o pojemności *C*

Kondensator o pojemości C służy do gromadzenia energii pola elektrycznego, która jest związana z pojawieniem się napięcia U na okładkach kondensatora.
Cewka służy do gromadzenia energii pola magnetycznego, która jest związana z przepływem prądu I przez cewkę. Wzory na energie są bardzo podobne:

$$E_p = \frac{1}{2}CU^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}LI^2$$

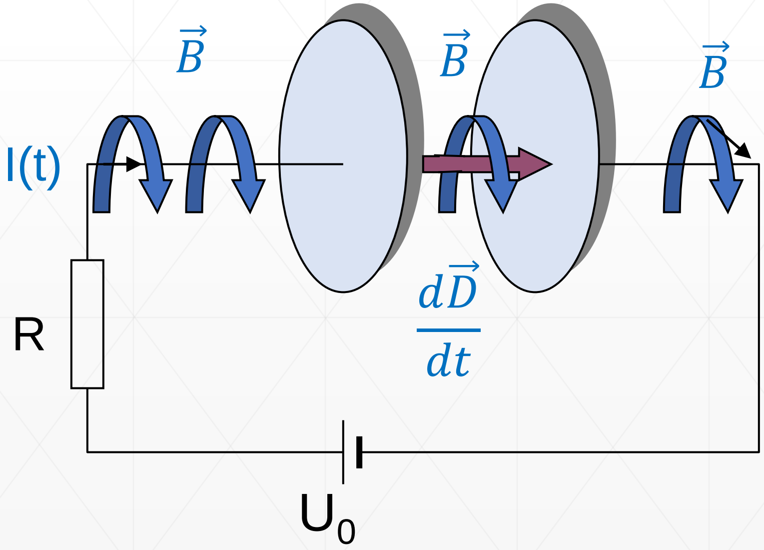
Energia zgromadzona w kondensatorze

Energia zgromadzona w cewce

- jeśli zmienne pole magnetyczne powoduje powstanie pola elektrycznego, to czy zmiany pola elektrycznego nie powodują powstania pola magnetycznego?

Indukowane pole magnetyczne

rozważmy płaski kondensator ładowany przez opór R ze źródła o stałej sile elektromotorycznej



wokół przewodnika powstaje pole magnetyczne, a co w obszarze między okładkami?

Prąd przesunięcia

Indukcja pola pomiędzy okładkami wynosi:

$$D = \frac{Q}{S} \qquad dD = \frac{dQ}{S} \qquad \frac{dD}{dt} \cdot S = \frac{dQ}{dt} = I \quad \Rightarrow$$

dla pola niejednorodnego

$$\boxed{I = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}}$$

$$\Phi_D = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad to\ zmiana \quad \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

dla stałej pow. S

$$\frac{d\Phi_D}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = I$$

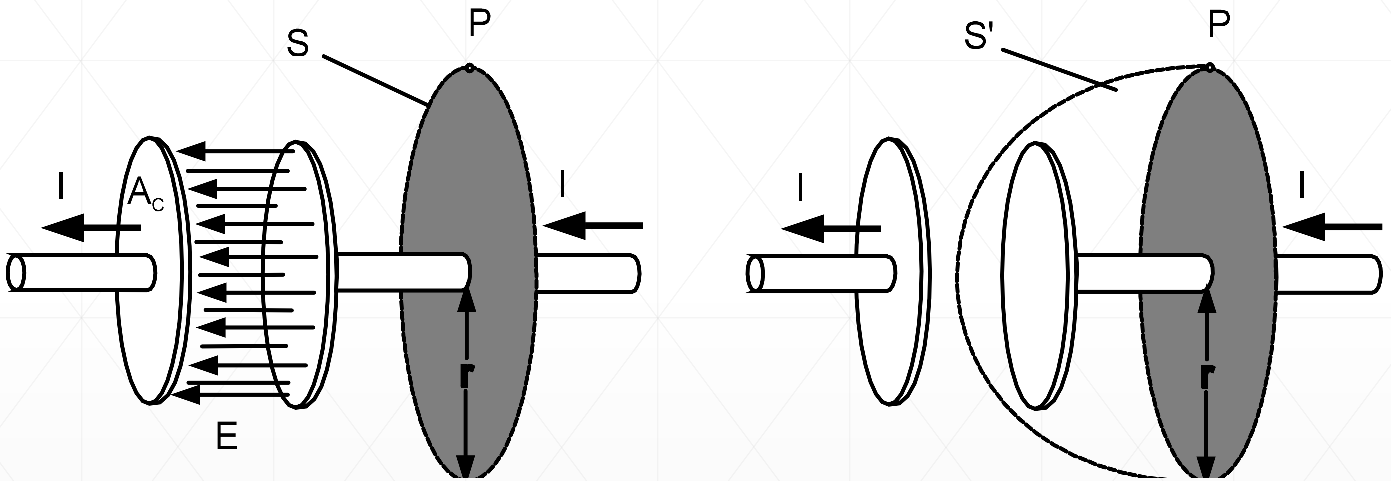
Podczas ładowania kondensatora w obszarze między okładkami zmienia się strumień indukcji *D*, przy czym szybkość zmian tego strumienia jest równa natężeniu prądu *I* dopływającego do kondensatora

$$I_p = \frac{d\Phi_D}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- prąd przesunięcia

Uogólnione prawo Ampera

- prawo Ampera powinno być spełnione dla dowolnej powierzchni rozpiętej na okręgu



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o (I + I_P) = \mu_o \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \mu_o \varepsilon_o \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_C \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \longrightarrow \quad \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Równania Maxwella

$$\vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{E}$$
$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$$
równania materiałowe

- Prawo Gaussa dla pola elektrycznego

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \rho dV$$

wiąże wypadkowy strumień elektryczny z ładunkiem elektrycznym objętym powierzchnią Gaussa

- Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

wiąże wypadkowy strumień magnetyczny z ładunkiem magnetycznym objętym powierzchnią Gaussa

- Prawo indukcji elektromagnetycznej

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

wiąże indukowane pole elektryczne ze zmiennym strumieniem magnetycznym

- Uogólnione prawo Ampera

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

wiąże indukowane pole magnetyczne ze zmiennym strumieniem elektrycznym i z prądem

Porównanie dwóch równań Maxwella

Weźmy równania Maxwella mówiące o tworzeniu pola magnetycznego z pola elektrycznego i vice versa. Widać dużą symetrię. Asymetria jest w miejscu zaznaczonym czerwoną ramką.

$$\oint_C \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = \boxed{-}\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Prawo indukcji Faradaya

$$\oint_C \vec{H} \cdot \overrightarrow{dl} = \frac{d}{dt}\int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Uogólnione Prawo Ampere'a

Znak „-" pojawia się tylko w Prawie Faradaya, w uogólnionym Prawie Ampere'a tego znaku nie ma. Gdyby znaki „-" były w obu równiach równania nie dałyby równania fali elektromagnetycznej.

Równania Maxwella w postaci różniczkowej

- Prawo Gaussa dla pola elektrycznego

$$div\,\vec{D} = \rho$$

źródłowość pola – ładunek elektryczny wytwarza pole elektryczne

- Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

$$div\,\vec{B} = 0$$

nie istnieje ładunek magnetyczny, pole magnetyczne jest bezźródłowe

- Prawo indukcji elektromagnetycznej

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

zmienne pole magnetyczne wytwarza wirowe pole elektryczne (prąd elektryczny)

- Uogólnione prawo Ampera

$$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

prąd elektryczny lub zmienne pole elektryczne wytwarzają wirowe pole magnetyczne

Cechy równań Maxwella

- Równania Maxwella stanowią fundamentalną podstawę teorii zjawisk elektromagnetycznych, podobnie jak zasady dynamiki Newtona są podstawą mechaniki.
- Zebranie i skojarzenie czterech równań wiążących pole elektryczne i magnetyczne w jeden układ równań było pod koniec XIX wieku tryumfem elektrodynamiki klasycznej.
- Można znaleźć pola $\vec{E}$ i $\vec{B}$ w dowolnym punkcie przestrzeni i w dowolnej chwili czasu, jeżeli znane są współrzędne i prędkości ładunków wytwarzających pola.
- Równania Maxwella są niesymetryczne względem pól elektrycznego i magnetycznego (istnieją ładunki elektryczne a brak jest ładunków magnetycznych).
- W przypadku stacjonarnym pola $\vec{E}$ i $\vec{B}$ są niezależne:

$$\oint_C \vec{D} \cdot d\vec{l} = 0 \qquad \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \rho dV$$

$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \qquad \oint_S \vec{H} \cdot d\vec{S} = 0$$

Podsumowanie

- znać prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya,
- rozumieć regułę przekory Lenza,
- pojęcie indukcyjności własnej i wzajemnej,
- przykłady zastosowania prawa Faradaya - prądy wirowe,
- uogólnione prawo Ampera - prąd przesunięcia,
- znać równania Maxwella i rozumieć ich sens.

Dziękuję za uwagę