



Proszę o uwagę

23. Fale elektromagnetyczne

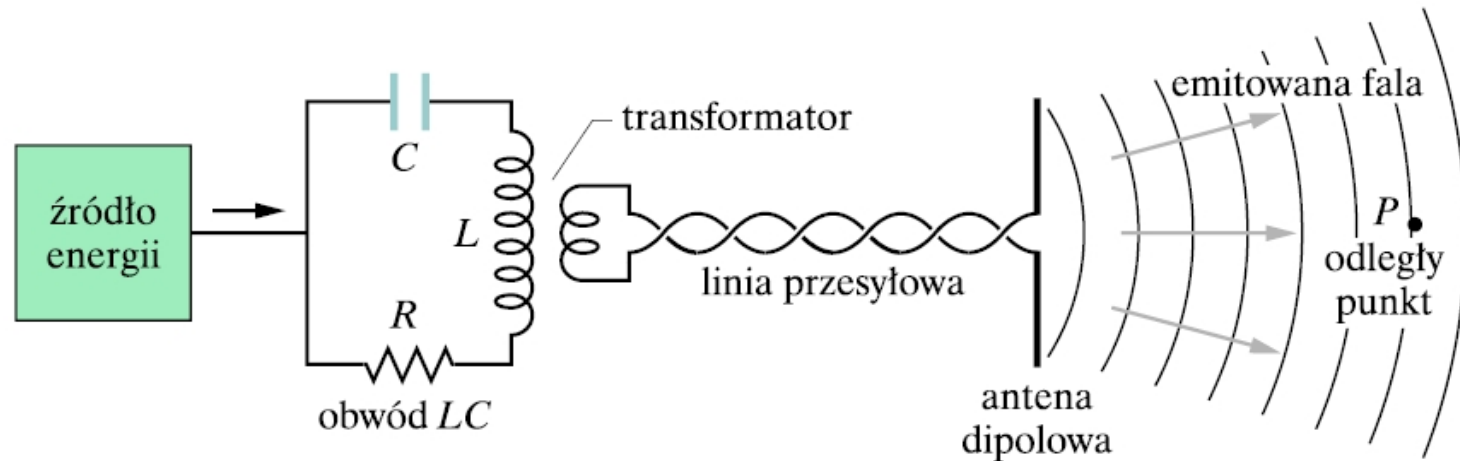
- równanie fali elektromagnetycznej,
- widmo fal elektromagnetycznych,
- źródła fal elektromagnetycznych,
- oddziaływanie promieniowania z materią,
- współczynnik załamania ośrodka.

14. W jaki sposób z uogólnionego prawa Faradaya oraz rozszerzonego prawa Ampera wynika równanie falowe dla pola elektromagnetycznego.
15. Jakie istnieją zależności dla fali elektromagnetycznej pomiędzy zmianami pola elektrycznego, magnetycznego oraz kierunkiem rozchodzenia się zaburzenia - jaka jest jej prędkość fazowa.
16. Energia oraz pęd przenoszone przez falę elektromagnetyczną.
17. Co możesz powiedzieć o widmie fal elektromagnetycznych.
18. Jak fala elektromagnetyczna oddziałuje z materią – wyjaśnij na przykładzie oddziaływania z przewodnikiem, dielektrykiem oraz ośrodkiem zjonizowanym (plazmą).
19. Co wiesz o rozpraszaniu światła oraz o dyspersji.



Fale elektromagnetyczne

- Przyspieszony ładunek emituje pola elektryczne i magnetyczne propagujące się z prędkością światła c



Równania Maxwella

- Prawo Gaussa dla pola elektrycznego

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \rho dV$$

źródłowość pola – ładunek elektryczny wytwarza pole elektryczne

- Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

nie istnieje ładunek magnetyczny, pole magnetyczne jest bezźródłowe

- Prawo indukcji elektromagnetycznej

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

zmienne pole magnetyczne wytwarza wirowe pole elektryczne (prąd elektryczny)

- Uogólnione prawo Ampera

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

prąd elektryczny lub zmienne pole elektryczne wytwarzają wirowe pole magnetyczne

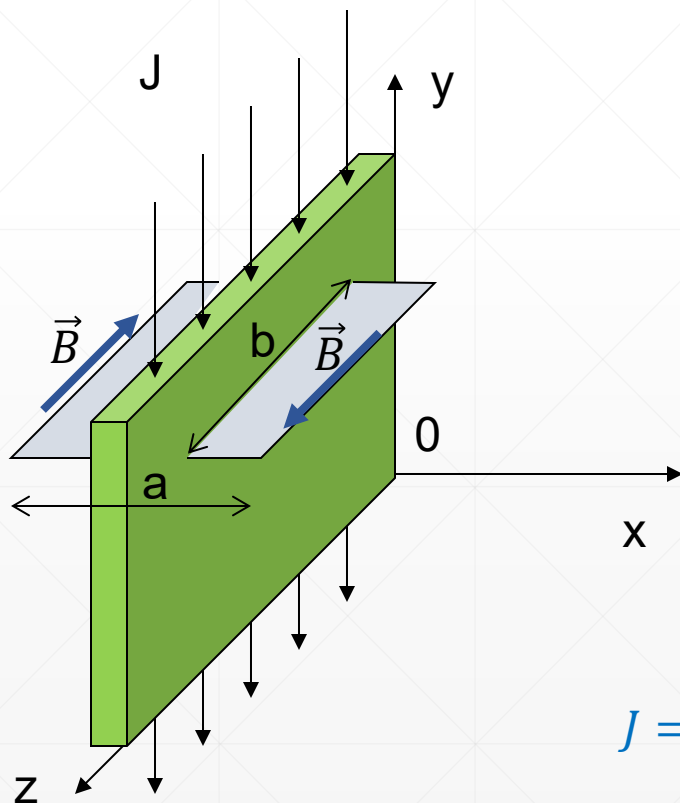
$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} ; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

oraz dwa równania materiałowe

Równanie różniczkowe fali elektromagnetycznej

rozpatrzmy prostokątny element nieskończonej powierzchni z prądem powierzchniowym J [A/m]

Z uogólnionego prawa Ampera dla konturu w kształcie prostokąta o bokach a , b wyznaczmy indukcję w pobliżu powierzchni:



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \frac{1}{c^2} \oint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$a \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial t} dS \rightarrow 0$$

$$J \text{ [A/m]}, j \text{ [A/m}^2\text{]}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2Bb = \mu_o j a b = \mu_o J b$$

$$B = \frac{\mu_o J}{2}$$

$$J = J_o \cos \omega t \quad \Rightarrow \quad B_z(0, t) = \frac{\mu_o}{2} J_o \cos \omega t$$

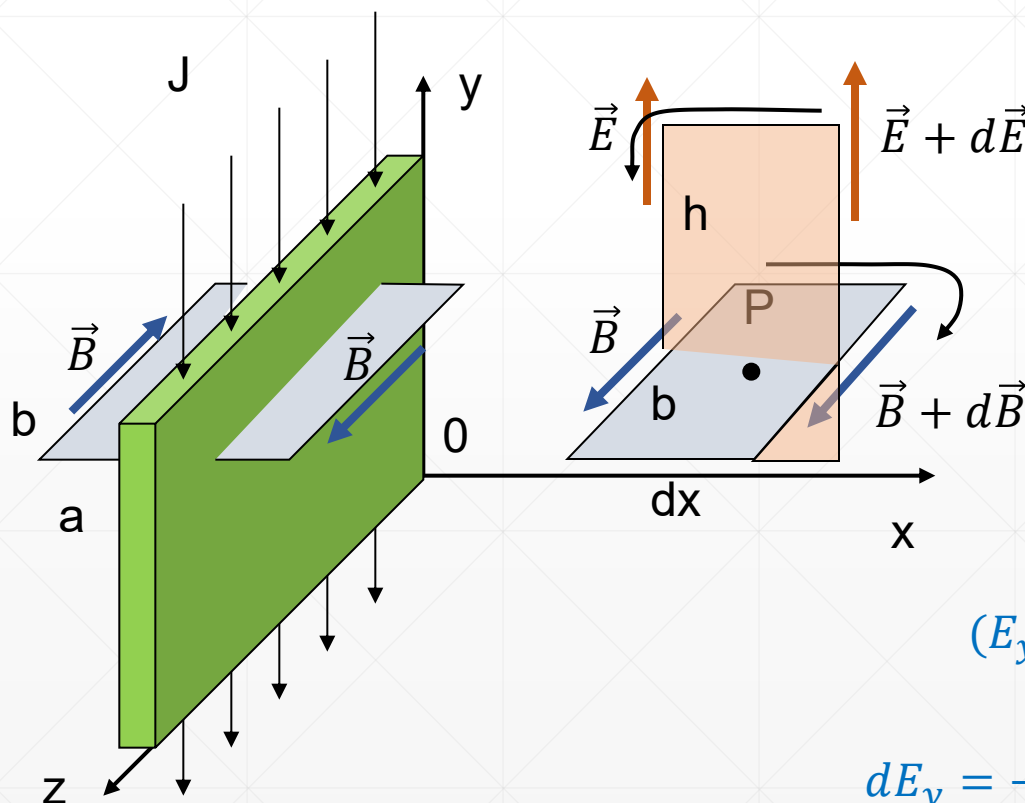
Wyznamy pole magnetyczne w punkcie P odległym od płaszczyzny

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 + \frac{1}{c^2} \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$(\cancel{B_z} + dB_z)\cancel{b} - \cancel{B_z}b = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \cancel{b} dx$$

$$dB_z = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} dx$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t}$$



$$\int \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int E_y dS = -E_y b dx$$

element powierzchni ($b dx$) jest skierowany w kierunku ujemnych y

składową E_y wyznaczymy z prawa Faradaya dla konturu (h, dx)

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B_z dS = B_z h dx$$

$$(E_y + dE_y)h - E_y h = -\frac{\partial B_z}{\partial t} h dx$$

$$dE_y = -\frac{\partial B_z}{\partial t} dx$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

Rozwiązując układ równań z dwiema niewiadomymi B_z i E_y otrzymujemy:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial t}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial t \partial x} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial t \partial x}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

Porównując ze znanym
równaniem fali biegnącej

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

otrzymaliśmy różniczkowe
równania Maxwella dla E, B

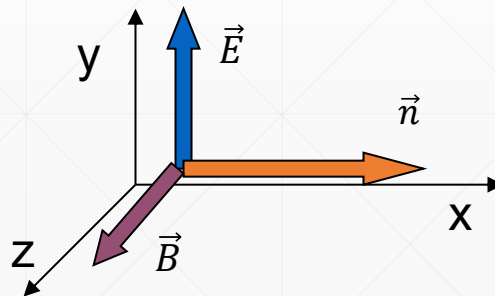
Wnioski

- wokół płaszczyzny z prądem zmiennym w czasie powstają pola magnetyczne i elektryczne, spełniające równanie falowe,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} ; \quad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

tzn. pola magnetyczne i elektryczne rozchodzą się w postaci fali, zwanej **falą elektromagnetyczną**, w kierunku osi x , z prędkością fazową c

- pola te są wzajemnie prostopadłe do siebie i do kierunku rozchodzenia się tych pól w przestrzeni (kierunku propagacji fali), tzn. $B_z \perp E_y \perp \vec{n}$



$$\vec{n} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{|\vec{E} \times \vec{B}|}$$

- prędkość fazowa fali równa jest prędkości światła $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Znajdźmy postać $B_z(x,t)$ i $E_y(x,t)$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

Warunek brzegowy $B_z(0,t) = \frac{\mu_0}{2} J_0 \cos \omega t$

$$B_z(x,t) = B_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \phi \right]$$

Dla $x=0$

$$B_z(0,t) = B_0 \cos[\omega t + \phi]$$

$$B_0 = \frac{\mu_0}{2} J_0, \quad \phi = 0$$

$$B_z(x,t) = B_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Korzystając ze związku:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = - \frac{\partial B_z}{\partial t} = - \frac{\partial \left(B_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right)}{\partial t} = \omega B_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

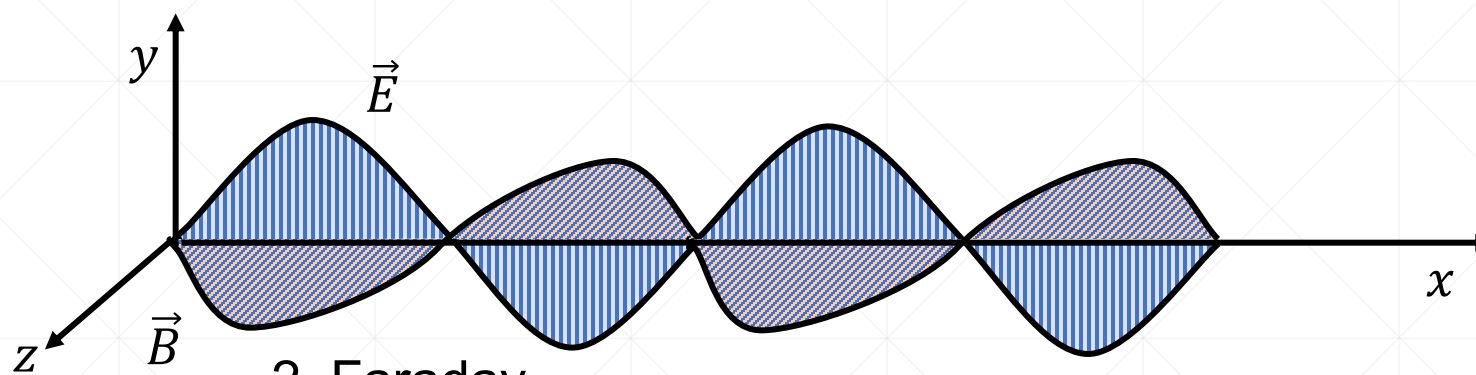
$$E_y = \omega B_0 \int \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) dx = c B_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + const$$

$$const = 0 \text{ bo } \rho = 0$$

$$E_y = c B_z = c B_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

$$E_y(x,t) = E_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

$$E_0 = c B_0$$



2. Faraday
zmiana $B \rightarrow E$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

3. Amper
zmiana $E \rightarrow B$

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$B_z(x, t) = B_o \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

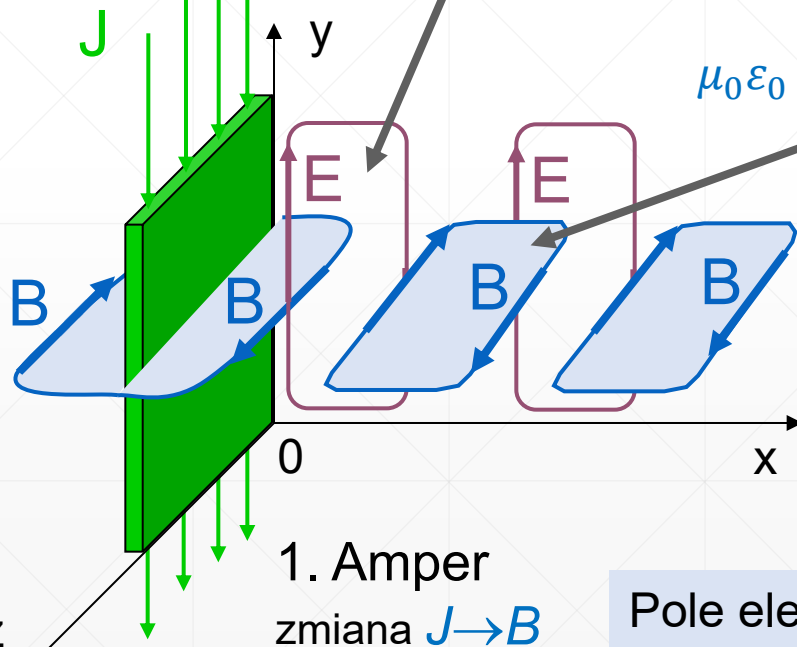
$$E_y(x, t) = E_o \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

$$E_o = cB_o$$

$$c = \frac{\omega}{k}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c$$

$$J = J_o \cos \omega t$$



1. Amper
zmiana $J \rightarrow B$

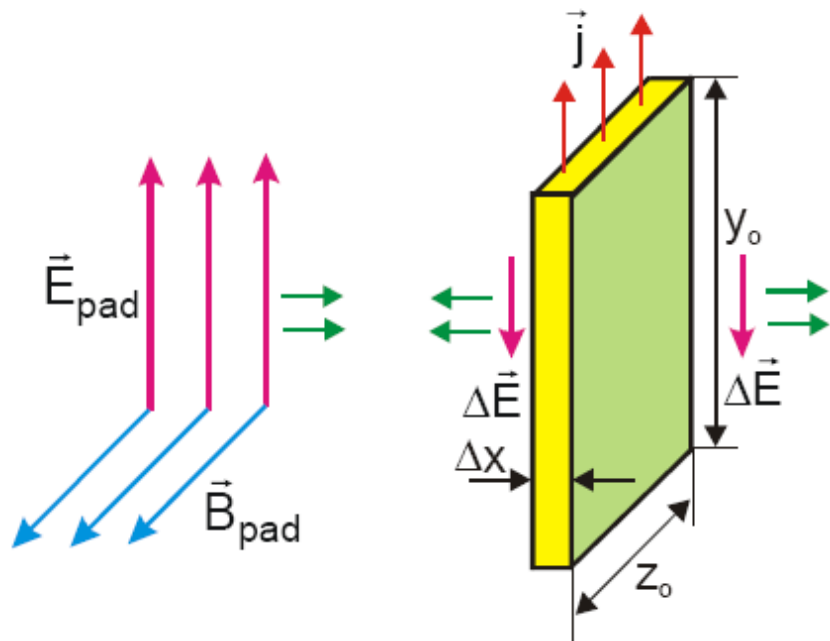
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_o \oint \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

Pole elektryczne i magnetyczne wokół płaszczyzny z sinusoidalnie zmieniającym się prądem jest falą sinusoidalną rozchodzącą się w kierunku osi x z prędkością c nazywaną **falą elektromagnetyczną**

Wektor Poyntinga

$$I \text{ [A]}, J \text{ [A/m]}, j \text{ [A/m}^2\text{]}$$

Jedną z ważnych własności ruchu falowego jest zdolność przenoszenia energii od punktu do punktu. Rozpatrzmy płaską falę elektromagnetyczną padającą na przewodzącą płytkę o grubości Δx indukującą prąd I



$$I = j z_0 \Delta x \quad V = E y_0$$

Moc tracona na ciepło Joule'a

$$\frac{dW}{dt} = I \cdot V = j E \cdot (y_0 z_0 \Delta x)$$

Indukowany prąd J promieniuje falę elektromagnetyczną $J = I / z_0$

$$\Delta E = -\frac{c \mu_0}{2} J = -\frac{c \mu_0}{2} j \Delta x$$

Straty mocy na jednostkę powierzchni wynoszą

$$\Delta P_S = \frac{1}{y_0 z_0} \frac{dW}{dt} = j E \Delta x \quad \Delta P_S = -\frac{2}{c \mu_0} E \Delta E$$

Całkowita moc promieniowania z jednostki powierzchni równa jest całkowitej mocy pochłoniętej w nieskończonej liczbie płytek

$$P_S = -\frac{2}{c \mu_0} \int_{E_{pad}}^0 E dE = \frac{1}{c \mu_0} E_{pad}^2 = \frac{1}{\mu_0} E_{pad} B_{pad}$$

$$\vec{P}_S = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

Wektor Poyntinga

Wektor Poyntinga

$$\vec{P}_S = \frac{1}{\mu_o} \vec{E} \times \vec{B}$$

Wektor Poyntinga określa kierunek, wielkość i zwrot strumienia energii fali elektromagnetycznej

Wyznamy gęstość energii w pola elektromagnetycznego padającego na powierzchnię A o grubości dx

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{P_S A dt}{A dx} = \frac{P_S}{c}$$

$dt = \frac{dx}{c}$

$$P_S = \frac{1}{\mu_o} EB = cw$$

Wektor Poyntinga określa szybkość z jaką energia fali przepływa przez jednostkową powierzchnię w danej chwili, czyli moc promieniowania na jednostkę powierzchni

$$w = \frac{1}{c\mu_o} EB$$

$E = cB$

$$w = \frac{B^2}{\mu_o} = \frac{B^2}{2\mu_o} + \frac{B^2}{2\mu_o} = \frac{E^2}{2\mu_o c^2} + \frac{B^2}{2\mu_o}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \epsilon_o}}$$

$$w = \frac{1}{2} \epsilon_o E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_o}$$

Otrzymujemy znany wzór na gęstość energii pola elektrycznego i magnetycznego

Pęd (ciśnienie) promieniowania

Fala elektromagnetyczna posiada zarówno energię jak i pęd. Padając na płytkę pole elektryczne indukuje prąd w kierunku osi OY. Na indukowany prąd działa siła elektrodynamiczna zgodnie z kierunkiem padania fali

$$\vec{F}_m = \vec{I}y_o \times \vec{B}$$

$$F_m = Iy_o B$$

Ilość energii wydzielonej na ciepło Joule'a w elemencie o grubości Δx wynosi:

$$dW = (jEdt)(y_o z_o \Delta x)$$

$$I = j(z_o \Delta x)$$

$$E = cB$$

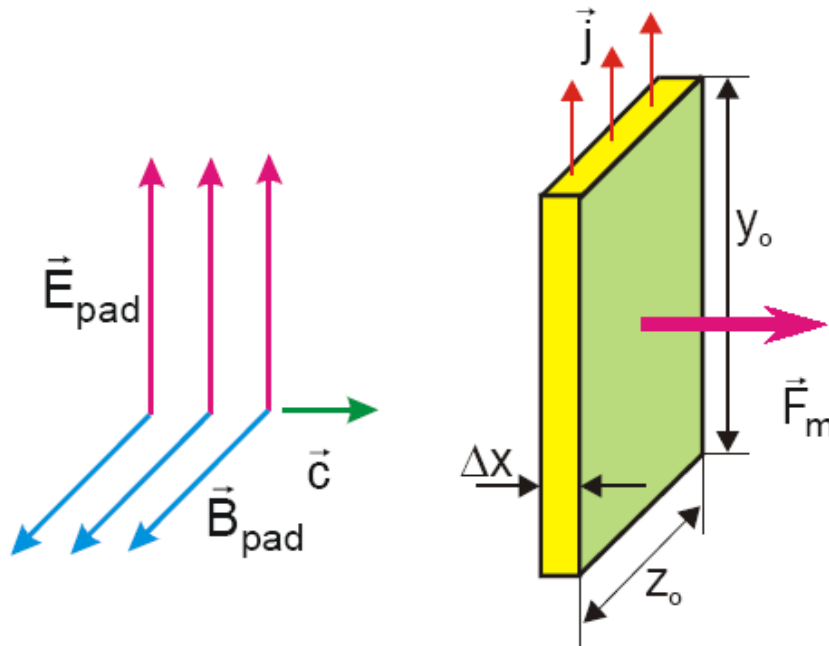
$$dW = cIy_o Bdt$$

Z II zas. dynamiki Newtona zmiana pędu dp

$$dp = F_m dt = Iy_o B dt = \frac{1}{c} dW$$

$$dW = \frac{P_s}{c} dV$$

$$d\vec{p} = \frac{\vec{P}_s}{c^2} dV$$

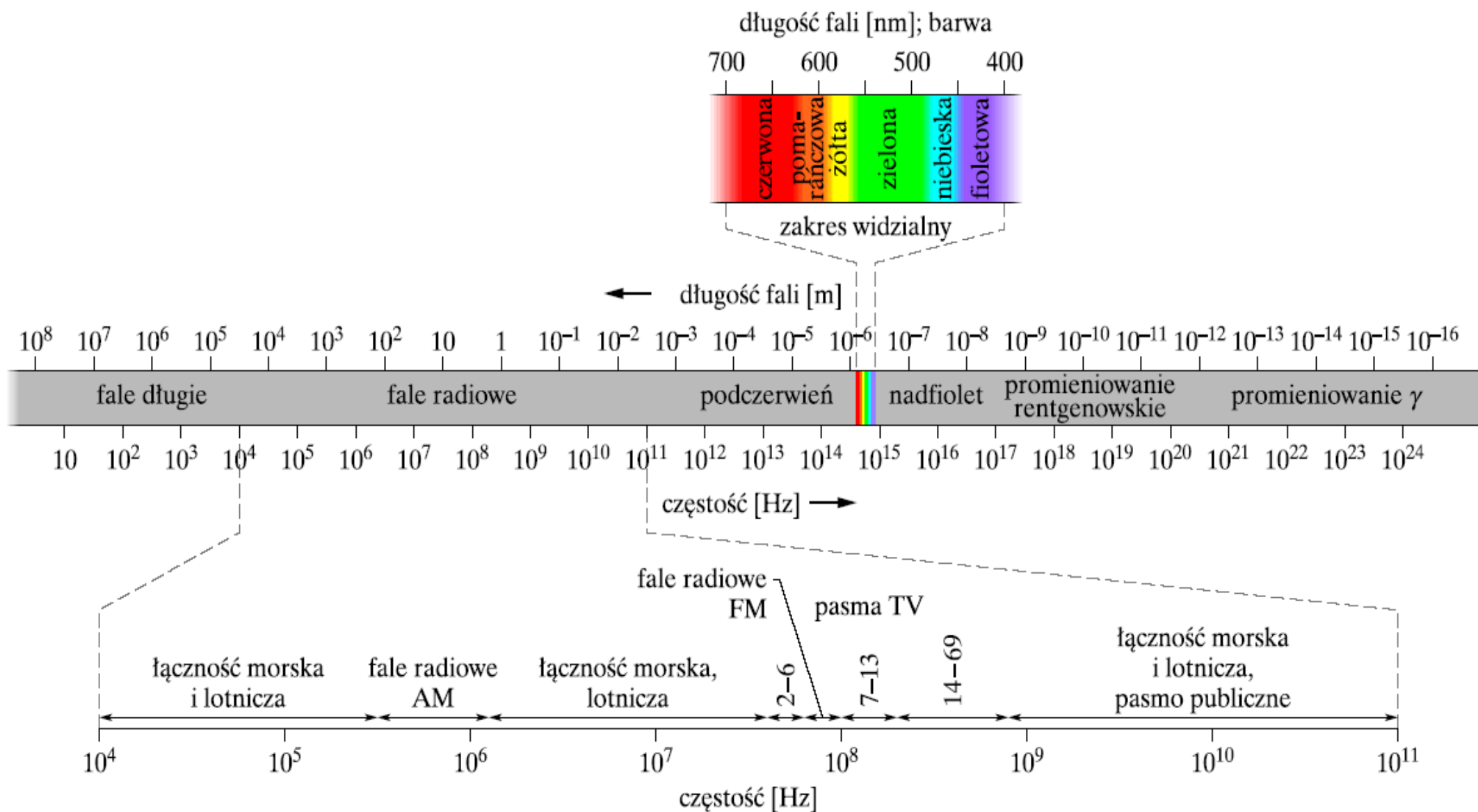


Element objętości dV pola promieniowania cechuje wektor pędu $d\vec{p}$ proporcjonalny do $\vec{P}_s$.

Oświetlając ciało wywieramy na nie ciśnienie.

Pomiar pędu (ciśnienia) strumienia świetlnego jest utrudniony bo wartość $1/c$ jest mała.

Widmo fal elektromagnetycznych



Źródła fal elektromagnetycznych

Rodzaj fal	Wytwarzanie	Zastosowanie	Problemy
Radiowe ($\lambda > 0.1$ m; $f = 3$ Hz- 108 MHz): radiowe AM i FM; telefonii komórkowej; telewizji	Przyspieszanie ładunków (prąd zmienny w antenie)	Komunikacja Zdalne sterowanie Rezonans magnetyczny	Do użycia wymagają kontroli pasm
Mikrofalowe ($f = 10^9 - 10^{12}$ Hz): kuchenki – 2,45 GHz; WiFi - 2,4 i 5 GHz;	Przyspieszenie ładunków w urządzeniach makroskopowych i obwodach; Kosmiczne promieniowanie tła	Komunikacja Kuchenki mikrofalowe Radary Telefony komórkowe	
Podczerwień	Wzbudzenie termiczne lub przejścia elektronowe	Obrazowanie termiczne Podgrzewanie	Absorbpcja przez atmosferę - efekt cieplarniany
Światło widzialne ($\lambda = 400 - 750$ nm)	Wzbudzenie termiczne lub przejścia elektronowe	Fotosynteza Ludzkie widzenie	
Ultrafiolet (nadfiolet) ($\lambda = 10 - 400$ nm):	Wzbudzenie termiczne lub przejścia elektronowe	Sterylizacja Produkcja witaminy D	Mogą powodować raka
Promieniowanie X ($\lambda = 10^{-8} - 10^{-12}$ m):	Wewnętrzne przejścia elektronowe lub szybkie zderzenia	Bezpieczeństwo Diagnostyka medyczna Terapie rakowe	Mogą powodować raka
Promieniowanie gamma ($\lambda < 10^{-12}$ m)	Rozpad promieniotwórczy	Medycyna nuklearna	Powodują uszkodzenia

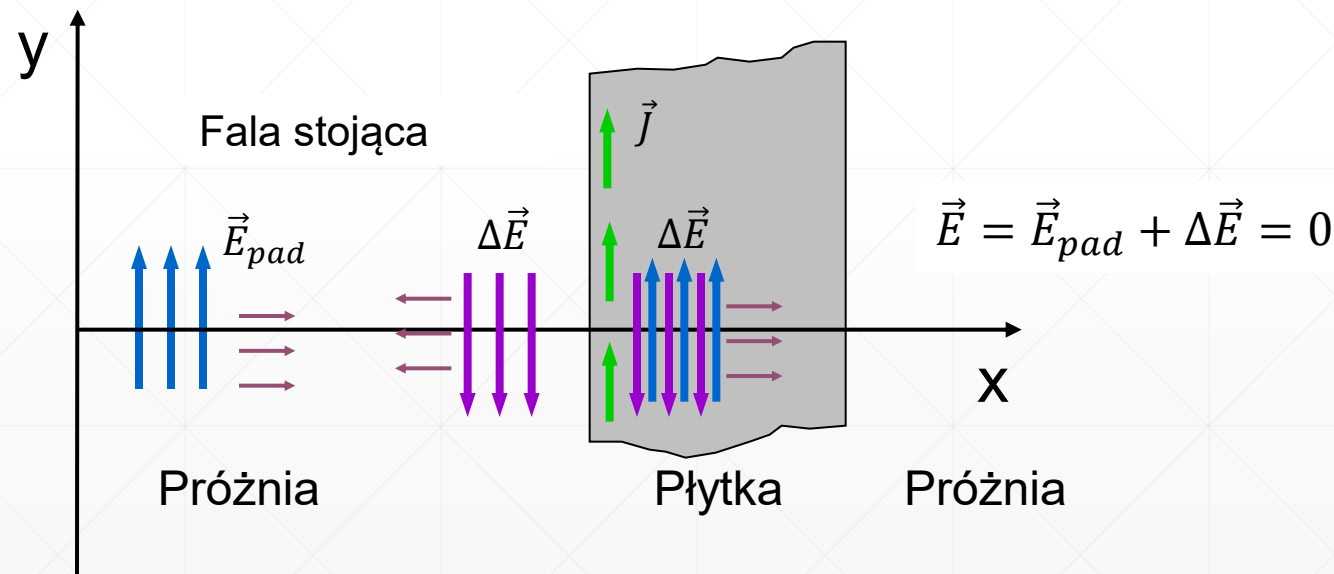
Oddziaływanie promieniowania z materią

- bardzo dobry przewodnik odbija falę całkowicie (srebro, nadprzewodniki)
- słaby przewodnik absorbuje energię i pęd fali i prawie nie odbija (grafit, zjonizowany gaz)
- w dielektryku fala rozchodzi się z mniejszą prędkością niż w próżni i ulega dyspersji (szkło, gaz)
- w plazmie fala rozchodzi się z prędkością większą od prędkości światła

Odbicie promieniowania od przewodnika

Na płytkę z **idealnego przewodnika** (np. nadprzewodnika) pada fala elektromagnetyczna. Indukowany prąd powierzchniowy daje pole promieniowania równe natężeniu fali padającej (bo nie ma strat).

$$\Delta E = -E_{pad}$$



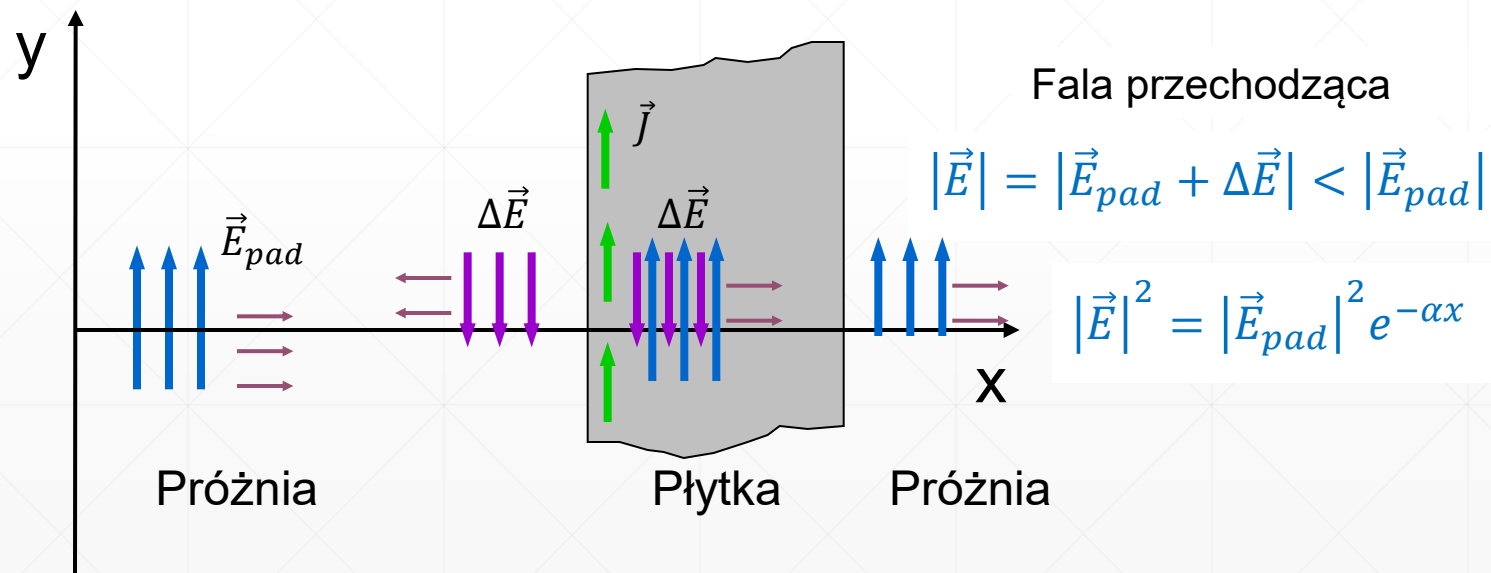
Fala odbita interferuje z padającą dając falę stojącą.
Za płytką indukowane pole znosi się z falą padającą.

Odbicie promieniowania od przewodnika

Na płytkę ze **słabego przewodnika** pada fala elektromagnetyczna.

Indukowany prąd powierzchniowy daje pole promieniowania mniejsze od natężenia fali padającej (bo są straty).

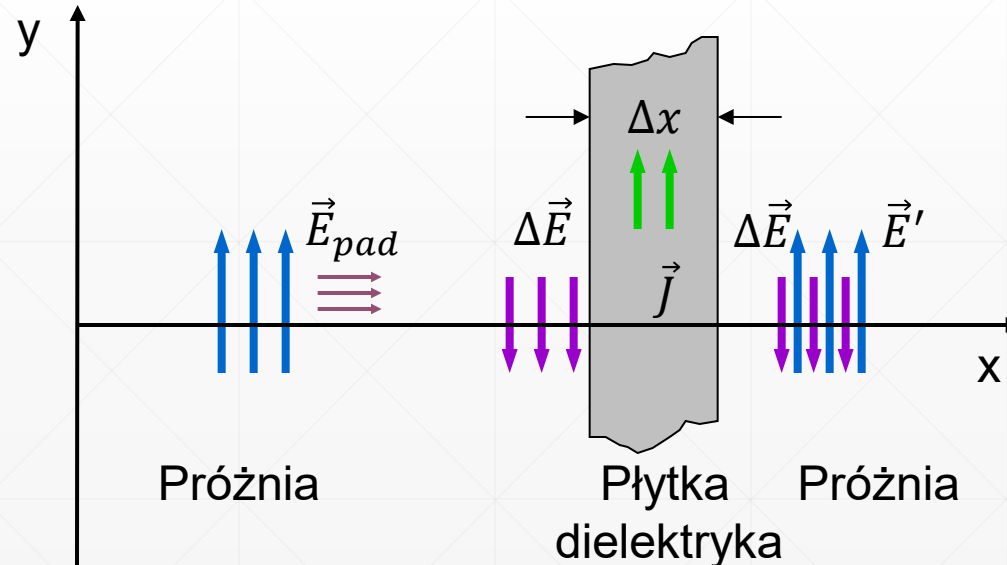
$$\Delta E < -E_{pad}$$



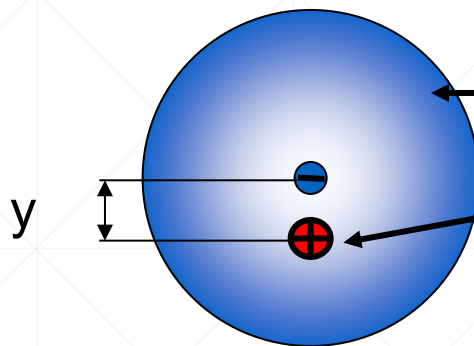
W słabym przewodniku występują straty energii na ciepło Joule'a i promieniowanie jest częściowo pochłaniane

Dielektryki

- na płytkę o grubości Δx pada płaska fala EM
- pole E_{pad} wymusza drgania elektronów
- drgające elektrony promieniują fale EM ΔE
- brak pochłaniania (nie ma strat na ciepło Joule'a)
- faza wypadkowej fali E' zależy od współczynnika załamania



Oddziaływanie promieniowania z dielektrykiem



Elektrony w postaci **chmury elektronowej** przesunięte pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego względem **protonu** (polaryzacja elektronowa) zaczynają drgać z częstością kołową drgań własnych ω_0 po usunięciu tego pola.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r m_e r^3}}$$

jeśli na atom pada fala elektromagnetyczna postaci

$$E_{pad} = E_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

to ustalą się drgania wymuszone

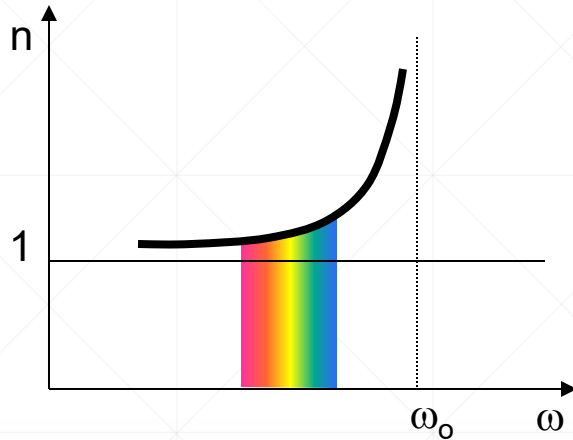
$$y = -\frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Drgania te są źródłem prądu, który generuje falę elektromagnetyczną przesuniętą w fazie względem fali padającej. Wypadkowa fala rozchodzi się z mniejszą prędkością $u = c/n$, gdzie n to współczynnik załamania zależny od częstości promieniowania i drgań własnych elektronów.

$$n = 1 + \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

$$n = 1 + \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

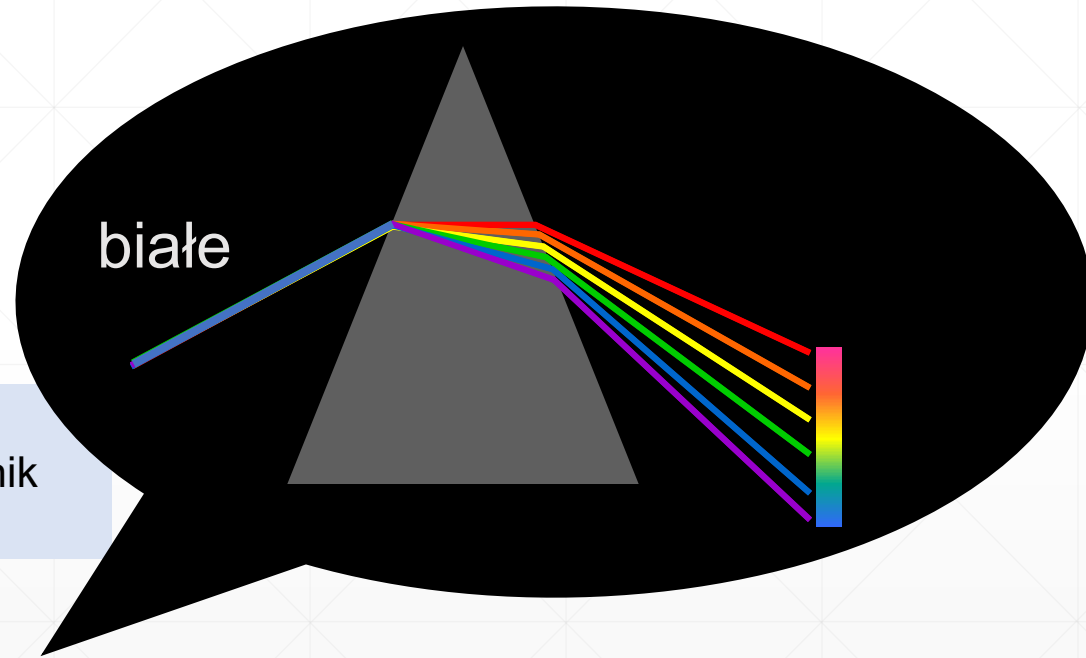
pryzmat



Współczynnik załamania związany jest z przenikalnością dielektryczną i magnetyczną ośrodka

$$u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{c}{n}$$

Światło (fala EM) w ośrodku dielektrycznym ulega dyspersji: większe ω czyli krótsza fala to współczynnik załamania jest większy – tzw. **dyspersja normalna**



Dla większości atomów $\omega_0 > \omega$, gdzie ω odpowiada zakresowi widzialnemu światła. Przy przejściu od zakresu czerwonego do fioletowego widma współczynnik załamania wzrasta – rośnie również odchylenie promieni przechodzących przez pryzmat

Promieniowanie elektromagnetyczne w ośrodku zjonizowanym

$$n = 1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

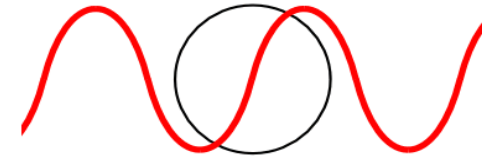
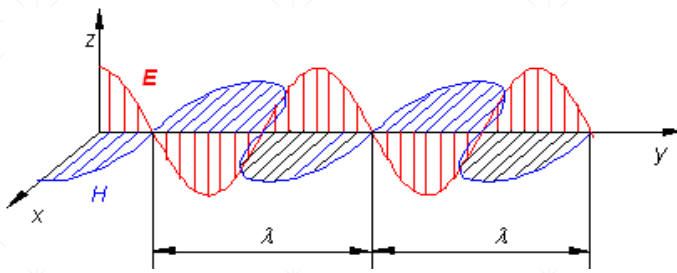
W plazmie lub zjonizowanym gazie elektrony nie są związane, więc $\omega_0 = 0$

$$n = 1 - \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m\omega^2}$$

W tym przypadku współczynnik załamania $n < 1$, co oznacza, że prędkość fali jest większa od c ($u = c/n$).

Zjawisko to nosi nazwę **dyspersji anomalnej**.

Czynnikiem fizycznym powodującym pojawienie się prędkości większej od prędkości światła są relacje fazowe pomiędzy siłą wymuszającą a przemieszczeniem oscylującego ładunku (siła wyprzedza przemieszczenie)

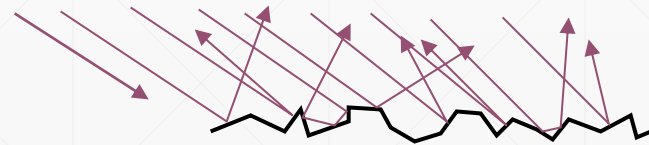


Rozpraszanie światła

- fala elektromagnetyczna oddziałuje na elektrony pobudzając je do drgań, w których elektrony, zbliżając się do jądra i oddalając od niego, tworzą oscylujące dipole elektryczne
- dipole te stają się wtórnym źródłem promieniowania fal EM, rozchodzących się we wszystkich kierunkach z taką samą częstością jak fala pierwotna – **rozpraszanie Rayleigha**
- moc promieniowania rozproszonego zależy od ω^4 – stąd przewaga barwy niebieskiej w rozpraszonym świetle słonecznym ($I \sim 1/\lambda^4$)
- rozpraszanie to również odbicie światła od niejednorodnej powierzchni (tzw. odbicie dyfuzyjne)

światło padające

światło rozproszone



chropowata powierzchnia

Podsumowanie

- Fala elektromagnetyczna – rozchodzące się w przestrzeni pole elektryczne i magnetyczne
- Równanie fali EM wynika z prawa Faradaya i Ampera
- Energia i pęd fali EM
- Przykłady fal elektromagnetycznych
- Jak fala EM oddziałuje z materią: odbicie fali, pochłanianie, dyspersja, rozpraszanie.



Dziękuję za uwagę